

MECÂNICA  
2025

FÍSICA  
*ANTONIO MARCOS*

# DINÂMICA

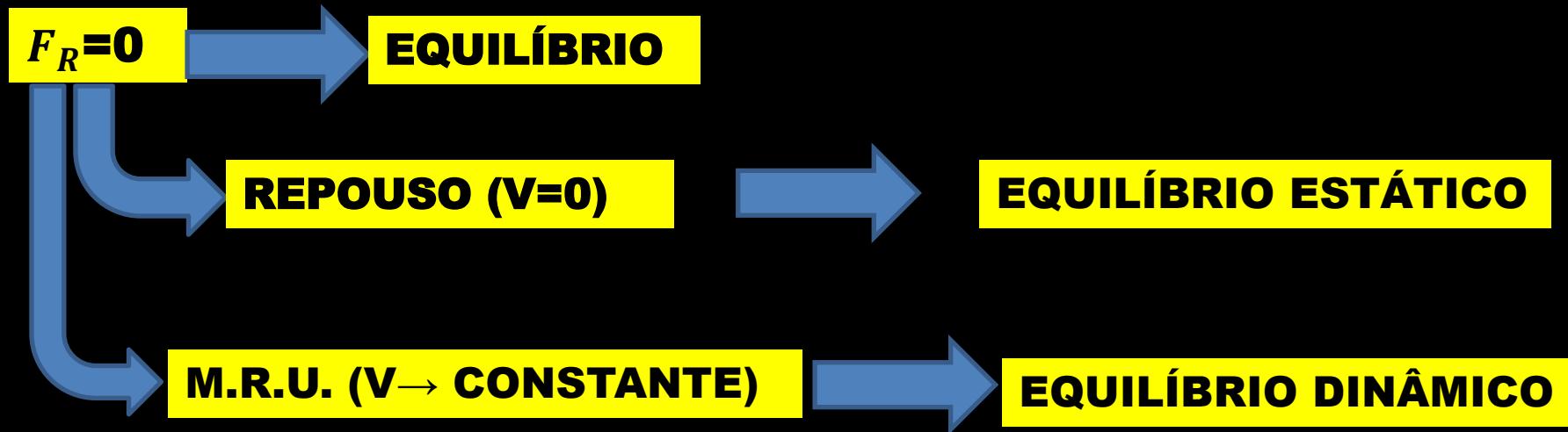
**Força é o agente físico que produz efeito dinâmico**

**Força resultante : É a soma vetorial de todas as forças atuantes sobre um corpo.**

# LEIS DE NEWTON

## 1<sup>a</sup> LEI – INÉRCIA

Se um corpo está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme a força resultante sobre ele é nula, ou seja, sua condição é de equilíbrio, em virtude da **inércia**.



**IMPORTANTE :** *Inércia consiste na tendência natural que os corpos possuem em manter a mesma velocidade.*



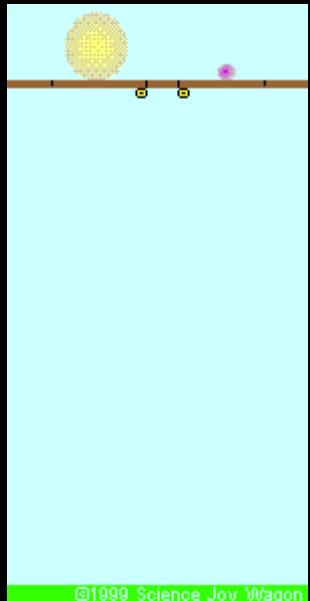
-20 ms

# 2ª LEI – PRINCÍPIO FUNDAMENTAL

- *A resultante das forças que agem num corpo é igual ao produto de sua massa pela aceleração adquirida.*

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

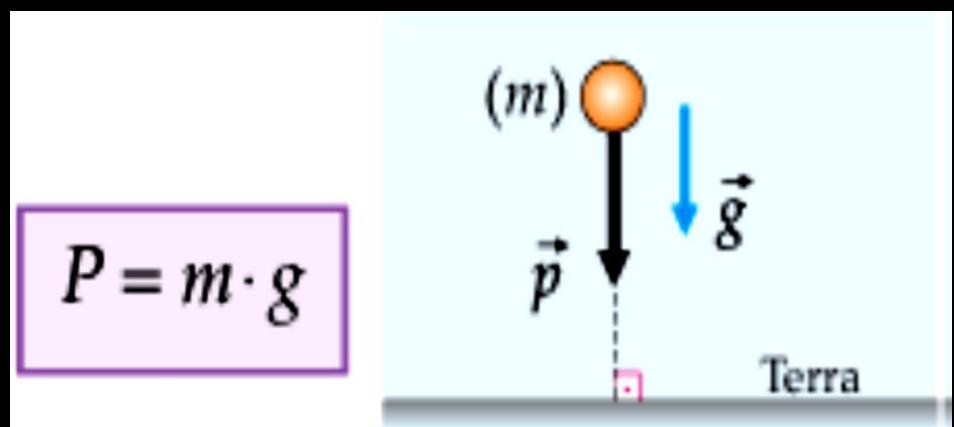
- Força Peso



$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$



$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$



**Adotando-se  $g=10\text{m/s}^2$**

# Sugestão de exercício



(CFT-MG)



© DIONE/CEFET-MG



Disponível em: <<http://tirinhasdefisica.blogspot.com.br>>.

Acesso em: 1º out. 2012.

Ao analisar a situação representada na tirinha acima, quando o motorista freia subitamente, o passageiro

- a) mantém-se em repouso e o para-brisa colide contra ele.
- b) tende a continuar em movimento e colide contra o para-brisa.
- c) é empurrado para frente pela inércia e colide contra o para-brisa.
- d) permanece junto ao banco do veículo, por inércia, e o para-brisa colide contra ele.

# Sugestão de exercício



(UFF) O peso de um corpo correspondente à força de um Newton, tem a mesma ordem de grandeza de:

- a) Um litro de leite.
- b) Uma criança recém nascida.
- c) Um homem adulto.
- d) Uma moeda de um real.
- e) Uma pequena xícara cheia de café.

Adote:  $g=10\text{m/s}^2$

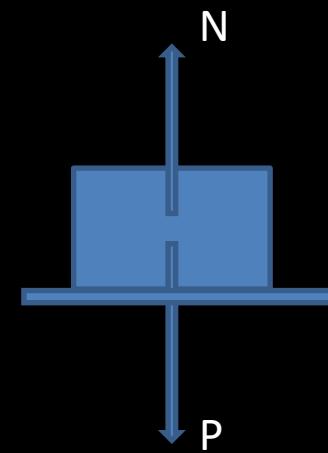
$$P = m \cdot g$$

$$1 = m \cdot 10$$

$$m = \frac{1}{10}\text{kg} \quad \rightarrow \quad m = 0,1\text{kg} \quad \rightarrow \quad m = 100\text{g}$$

# 3<sup>a</sup> lei – Ação e reação

Se um corpo A aplicar uma força sobre um corpo B, na mesma medida, o corpo B reage sobre A com força de mesma intensidade, mesma direção e sentido contrário.

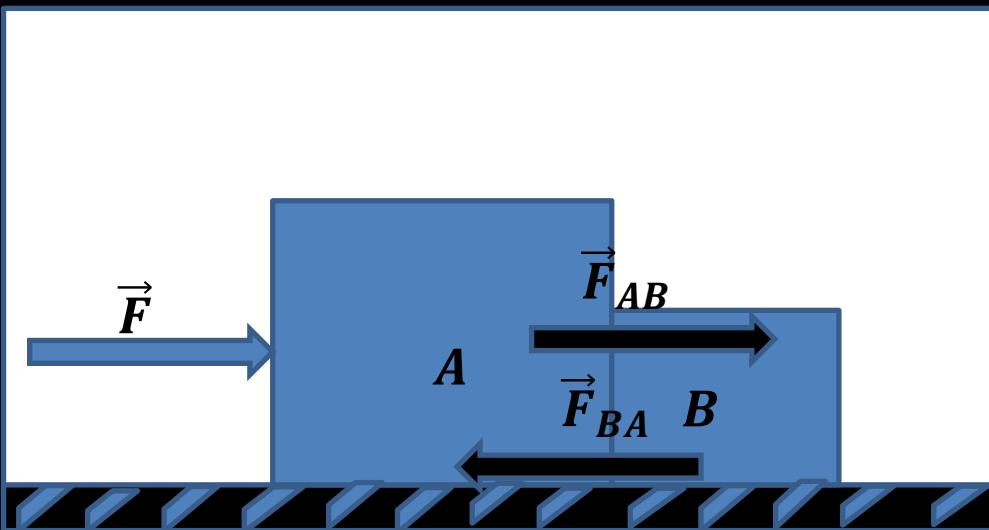


IMPORTANTE: O PAR AÇÃO-REAÇÃO É VALIDO ENTRE OS CORPOS ENVOLVIDOS E NÃO ENTRE AS FORÇAS, POIS AS MESMAS SÃO APENAS ELEMENTOS COMPONENTES DO SISTEMA.

# APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

Dois corpos A e B de massas respectivamente iguais a 2kg e 3kg, estão apoiados numa superfície horizontal perfeitamente lisa. A força horizontal  $F = 10\text{N}$  constante é aplicada no bloco A. Determine:

- a aceleração adquirida pelo conjunto;
- a intensidade da força que A aplica em B.



$$\vec{F}R_A = m_A \cdot a$$
$$\vec{F}R_B = m_B \cdot a$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} - \vec{F}_{BA} = m_A \cdot a \\ \vec{F}_{AB} = m_B \cdot a \\ \hline \vec{F} = (m_A + m_B) \cdot a \end{array} \right.$$

$$10 = (2+3) \cdot a$$

$$10 = (5) \cdot a$$

$$a = 2\text{m/s}^2$$

$$\vec{F}_{AB} = m_B \cdot a$$

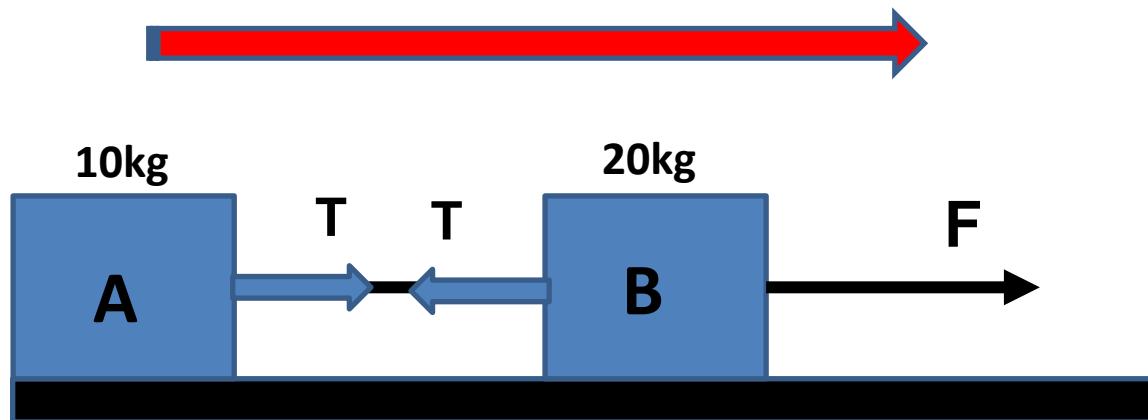
$$\vec{F}_{AB} = 3 \cdot 2$$

$$\vec{F}_{AB} = 6\text{N}$$

# APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

Dois blocos,  $A$  e  $B$  estão unidos por um fio. Sendo o módulo da força de tração no fio igual a 200N, calcule a intensidade da força  $F$ . (É nulo o atrito entre os blocos e o plano horizontal.)

- a) 800N
- b) 600N
- c) 400N
- d) 300N
- e) 200N



$$F - T = m_B \cdot a$$

$$T = m_A \cdot a$$

$$T = m_A \cdot a$$

$$200 = 10 \cdot a$$

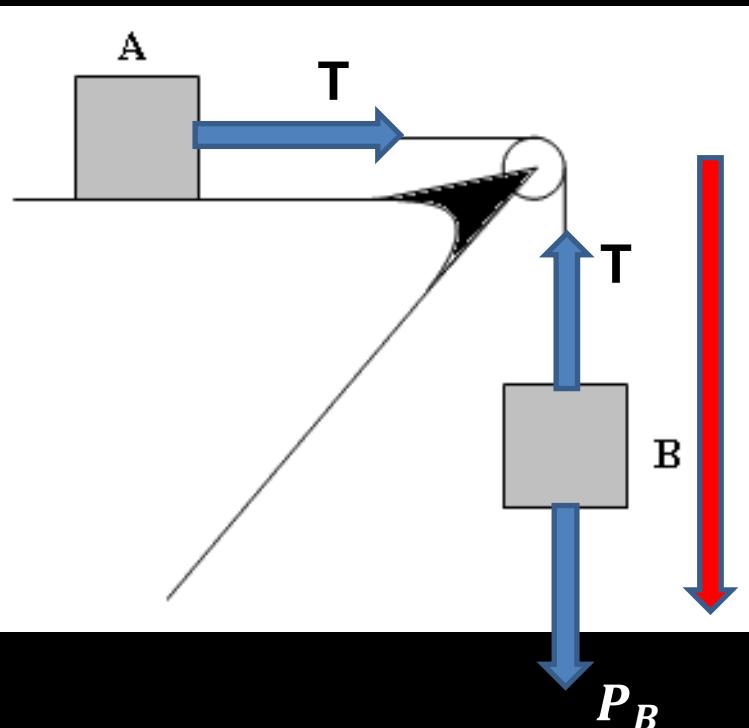
$$a = 20m/s^2$$

$$F = (m_B + m_A) \cdot a$$

$$F = (20+10) \cdot 20 \longrightarrow F = 600N$$

# APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

No esquema abaixo as massas dos corpos  $A$  e  $B$  são, respectivamente, 3,0kg e 7,0kg. Desprezando os atritos, considerando a polia e o fio ideais, e adotando  $g = 10\text{m/s}^2$ , determine a aceleração do sistema e a tração no fio.



$$P_B = m_B \cdot g = 7 \cdot 10 = 70\text{N}.$$

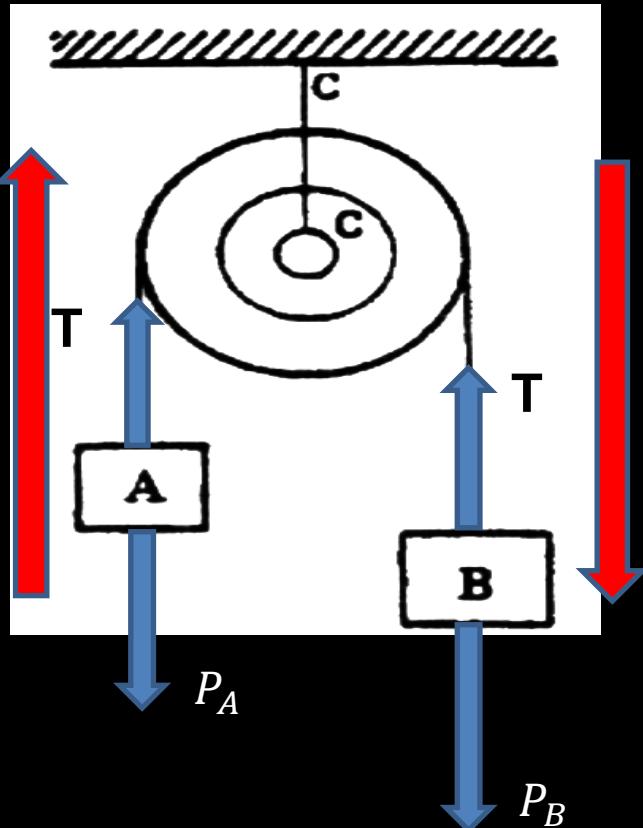
$$\left. \begin{array}{l} P_B - T = m_B \cdot a \\ T = m_A \cdot a \\ \hline P_B = (m_B + m_A) \cdot a \end{array} \right\}$$
$$70 = (7 + 3) \cdot a$$
$$70 = (10) \cdot a$$
$$a = 7\text{m/s}^2$$
$$T = m_A \cdot a$$
$$T = 3.7$$
$$T = 21\text{N}$$

# APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

Dois corpos  $A$  e  $B$ , de massa  $2,0\text{kg}$  e  $3,0\text{kg}$ , respectivamente, estão ligados por um fio inextensível e sem peso, que passa por uma polia sem atrito e leve, como mostra a figura.

Adote  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Determine a aceleração do sistema e a tração no fio que une os corpos  $A$  e  $B$ , em Newtons.



$$P_A = m_A \cdot g = 2 \cdot 10 = 20\text{N}$$

$$P_B = m_B \cdot g = 3 \cdot 10 = 30\text{N}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_B - T = m_B \cdot a \\ T - P_A = m_A \cdot a \end{array} \right\} \frac{P_B - P_A = (m_B + m_A) \cdot a}{30 - 20 = (3 + 2) \cdot a}$$

$$T - P_A = m_A \cdot a$$

$$T - 20 = 2 \cdot 2$$

$$T = 4 + 20$$

$$T = 24\text{N}$$

$$a = 2\text{m/s}^2$$

# APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

Para o sistema esquematizado abaixo, determine a aceleração dos corpos e as trações nos fios. Considere os fios e as polias ideais e despreze os atritos.

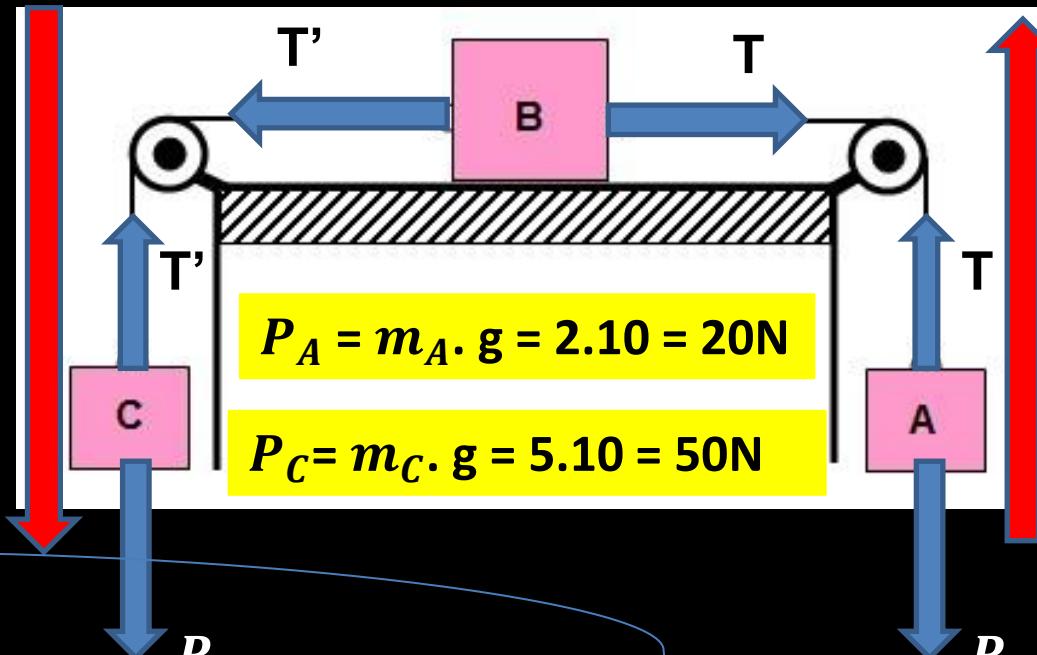
Dados:

$$m_A = 2\text{kg}$$

$$m_B = 3\text{kg}$$

$$m_C = 5\text{kg}$$

$$g = 10\text{m/s}^2$$



$$P_C - T' = m_C \cdot a$$

$$T' - T = m_B \cdot a$$

$$T - P_A = m_A \cdot a$$

$$P_C - P_A = (m_C + m_B + m_A) \cdot a$$

$$50 - 20 = (5 + 3 + 2) \cdot a$$

$$30 = (10) \cdot a$$

$$a = 3\text{m/s}^2$$

$$P_A = m_A \cdot g = 2 \cdot 10 = 20\text{N}$$

$$P_C = m_C \cdot g = 5 \cdot 10 = 50\text{N}$$

$$T - P_A = m_A \cdot a$$

$$T - 20 = 2 \cdot 3$$

$$T - 20 = 6$$

$$T = 26\text{N}$$

$$T' - T = m_B \cdot a$$

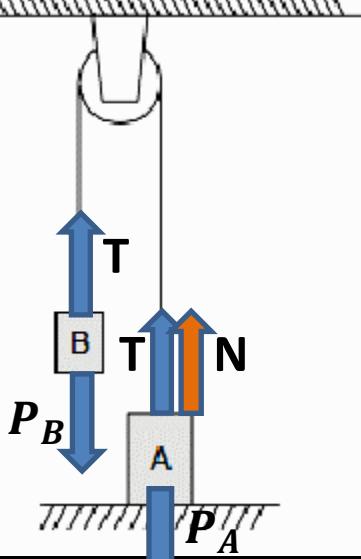
$$T' - 26 = 3 \cdot 3$$

$$T' - 26 = 9$$

$$T' = 35\text{N}$$

# APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

Os corpos A e B, de massas  $m_A = 3,0\text{kg}$  e  $m_B = 2,0\text{kg}$ , são presos às extremidades de um fio de massa desprezível que passa por um roldana ideal fixa. Adota-se para a aceleração local da gravidade o valor  $10\text{ m/s}^2$ . O corpo A está apoiado no solo, como mostra a figura.



$$P_A = m_A \cdot g = 3 \cdot 10 = 30\text{N}$$

$$P_B = m_B \cdot g = 2 \cdot 10 = 20\text{N}$$

$$T = P_B$$

$$T = 20\text{N}$$

$$P_A = N + T$$

$$30 = N + 20$$

$$N = 10\text{N}$$

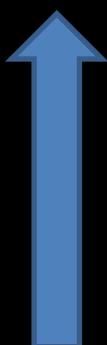
A força de tração no fio e a reação normal valem, respectivamente:

- a) 5N e 10N
- b) 20N e 10N
- c) 15N e 30N
- d) 10N e 30N
- e) 20N e 50N

# Aplicações da Terceira lei de Newton

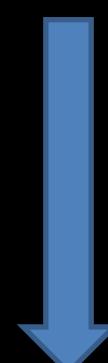
## PROBLEMAS COM ELEVADORES – “PESO APARENTE”

1º CASO: ELEVADOR SUBINDO



$$N - P = m_H \cdot a$$

2º CASO: ELEVADOR DESCENDENDO



$$P - N = m_H \cdot a$$

3º CASO: ELEVADOR EM REPOUSO OU MRU



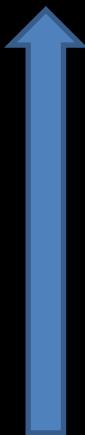
$$N = P$$

# Aplicações da Terceira lei de Newton

## PROBLEMAS COM ELEVADORES – “PESO APARENTE”

### ANALISANDO O 3º CASO - MRU

**Exemplo:** Um elevador sobe com velocidade constante com uma pessoa no seu interior que possui massa  $m$  e peso  $P$ . Determine, em Newtons, a reação Normal da superfície do assoalho sobre o corpo da pessoa.



$$N - P = m_{PESSOA} \cdot a$$

$$N - P = m_{PESSOA} \cdot a$$

$$N - P = 0$$

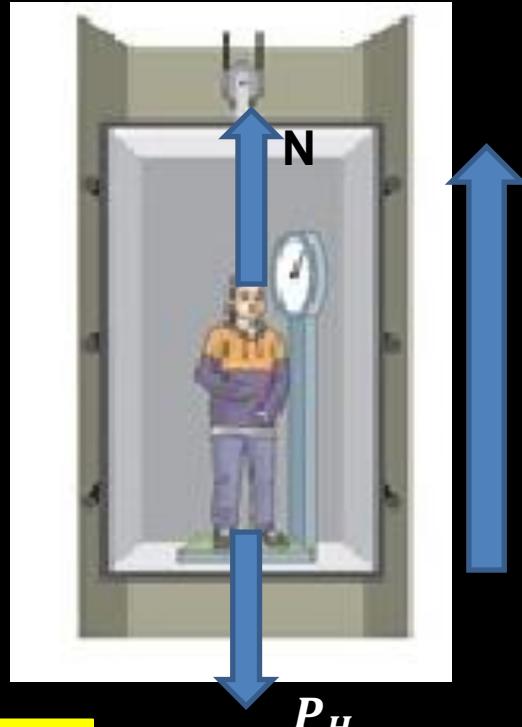
$$N = P$$



# LISTA DE FORÇA - QUESTÃO 19

Um elevador começa a subir, a partir do andar térreo, com aceleração de  $5\text{m/s}^2$ . O peso aparente de um homem de 60kg no interior do elevador, supondo  $g = 10\text{m/s}^2$ , é igual a:

- a) 60N.
- b) 200N.
- c) 300N.
- d) 600N.
- e) 900N.



$$N - P_H = m_H \cdot a$$

$$N - 600 = 60 \cdot 5$$

$$N - 600 = 300$$

$$N = 900\text{N}$$

$$P_H = m_H \cdot g = 60 \cdot 10 = 600\text{N}$$

# Fique atento!!!

Um elevador de massa 200kg é sustentado por um cabo ideal que pode suportar com segurança uma tração máxima de 3.600N. Supondo a aceleração da gravidade igual a 10m/s<sup>2</sup>, determinar a aceleração máxima com que o elevador pode subir.



$$T - P_E = m_E \cdot a$$

$$3600 - m_E \cdot g = m_E \cdot a$$

$$3600 - 200 \cdot 10 = 200 \cdot a$$

$$3600 - 2000 = 200 \cdot a$$

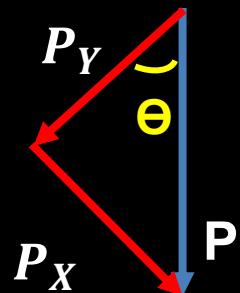
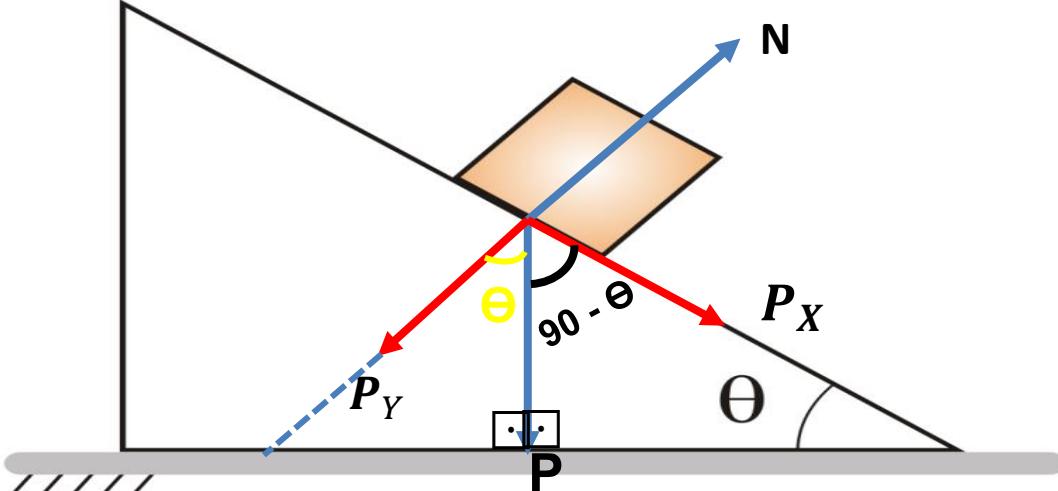
$$1600 = 200 \cdot a$$

$$16 = 2 \cdot a$$

$$a = 8 \text{m/s}^2$$

# APLICAÇÕES DA 3<sup>a</sup> LEI

## PLANO INCLINADO (Sem atritos)



$$\text{Sen}\theta = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Sen}\theta = \frac{P_X}{P}$$

$$P_X = P \cdot \text{SEN}\theta$$

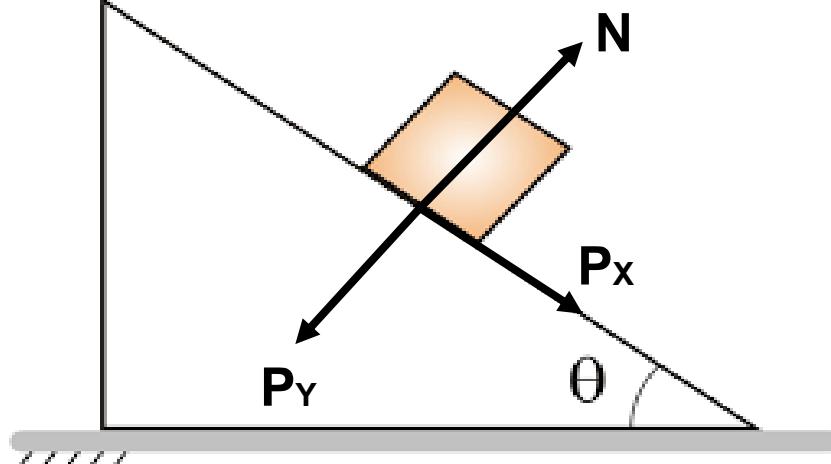
$$\text{Cos}\theta = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{P_Y}{P}$$

$$P_Y = P \cdot \text{Cos}\theta$$

# APLICAÇÕES DA 3<sup>a</sup> LEI

## PLANO INCLINADO sem atritos



$$N = P_Y$$

$$F_R = P_X$$

$$m \cdot a = P \cdot \text{Sen} \theta$$

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \text{Sen} \theta$$

$$a = g \cdot \text{Sen} \theta$$

# LISTA DE FORÇA

13. Um bloco de peso  $P$  desliza ao longo de um plano inclinado com atrito desprezível, conforme a figura. (Dado  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\sin\theta = 0,6$ ,  $\cos\theta = 0,8$ ). A aceleração do bloco em  $\text{m/s}^2$  vale:

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 10

$$N = P_Y$$

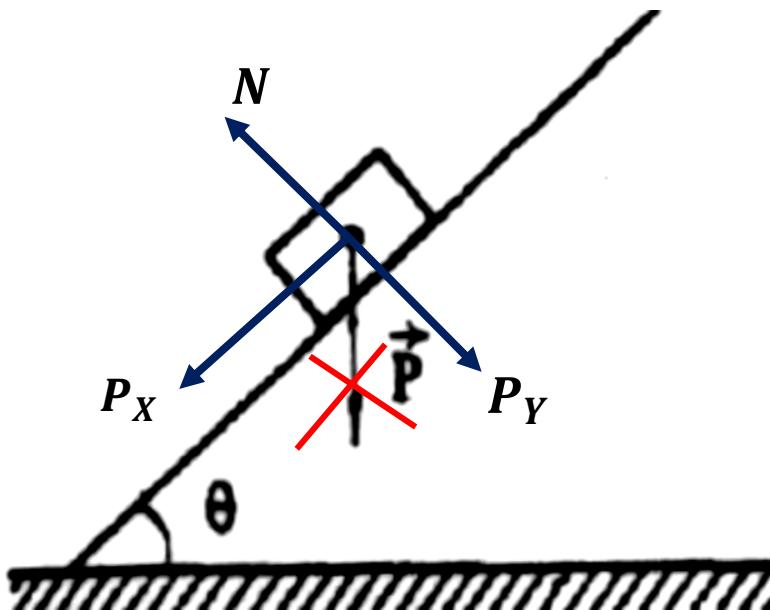
$$F_R = P_X$$



$$a = g \cdot \sin\theta$$

$$a = 10 \cdot 0,6$$

$$a = 6\text{m/s}^2$$

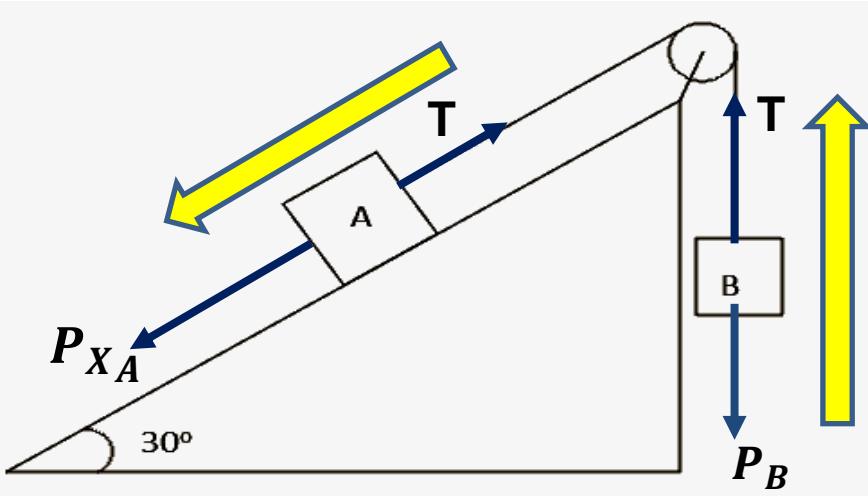


# LISTA DE FORÇA

17. Um corpo A, de 8kg de massa, preso à extremidade de um cabo de massa desprezível, está apoiado sobre um plano inclinado de  $30^\circ$  com a horizontal e sem atrito, conforme a figura a baixo. O corpo B de 2Kg de massa está preso a outra extremidade do cabo que passa pela roldana fixa sem atrito. O sistema é abandonado do repouso. Com relação ao corpo A, pode-se afirmar que:

(aceleração da gravidade =  $10\text{m/s}^2$ )

- a) desce o plano com aceleração de  $10\text{m/s}^2$ .
- b) sobe o plano com aceleração de  $10\text{m/s}^2$ .
- c) desce com aceleração de  $2,0\text{m/s}^2$ .
- d) sobe com aceleração de  $2,0\text{m/s}^2$ .
- e) desce com aceleração de  $1,0\text{m/s}^2$ .



$$P_{X_A} = P_A \cdot \text{Sen } \theta$$

$$P_{X_A} = m_A \cdot g \cdot \text{Sen } 30^\circ$$

$$P_{X_A} = 8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}$$

$$P_{X_A} = 40\text{N}$$

$$P_B = m_B \cdot g$$

$$P_B = 2 \cdot 10$$

$$P_B = 20\text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{X_A} - T = m_A \cdot a \\ T - P_B = m_B \cdot a \end{array} \right\}$$

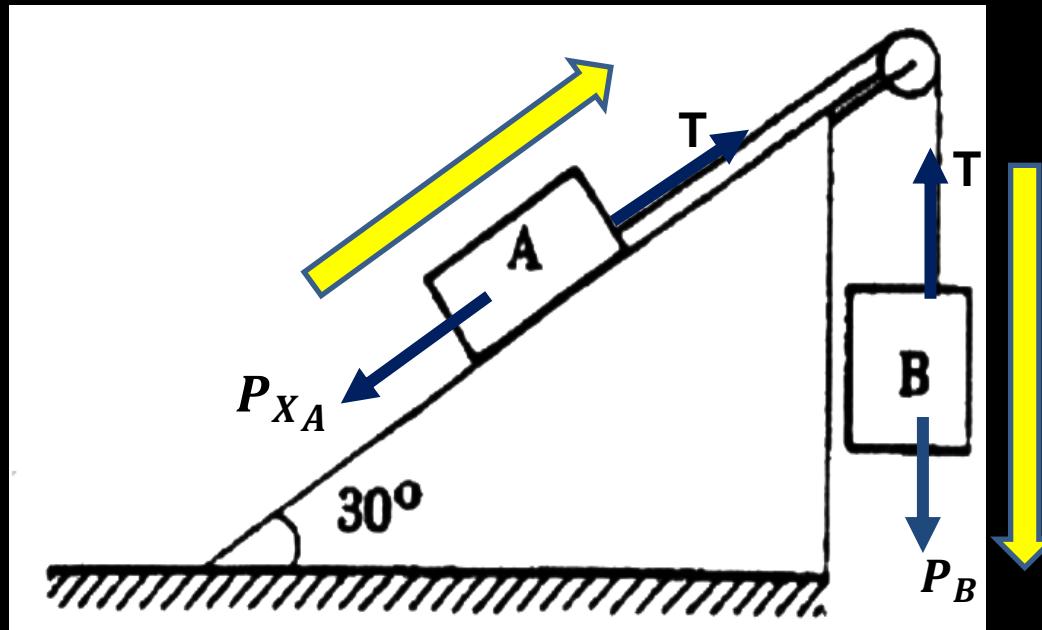
$$P_{X_A} - P_B = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$40 - 20 = (8+2) \cdot a$$

$$20 = (10) \cdot a$$

$$a = 2\text{m/s}^2$$

As massas dos corpos A e B são, respectivamente, iguais a 2 kg. Sendo  $g = 10 \text{m/s}^2$  e  $\sin 30^\circ = 0,5$ ; não existe atrito, e o fio e a polia são ideais.



$$\left. \begin{array}{l} P_B - T = m_B \cdot a \\ T - P_{X_A} = m_A \cdot a \end{array} \right\} \quad P_B - P_{X_A} = (m_B + m_A) \cdot a \\ 20 - 10 = (2 + 2) \cdot a \\ 10 = (4) \cdot a \\ a = 2,5 \text{m/s}^2$$

De acordo com o exposto, calcule a aceleração do sistema e a tração no fio.

$$P_{X_A} = P_A \cdot \text{Sen} \theta$$

$$P_{X_A} = m_A \cdot g \cdot \text{Sen} 30^\circ$$

$$P_{X_A} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}$$

$$P_{X_A} = 10 \text{N}$$

$$P_B = m_B \cdot g$$

$$P_B = 2 \cdot 10$$

$$P_B = 20 \text{ N}$$

$$T - P_{X_A} = m_A \cdot a$$

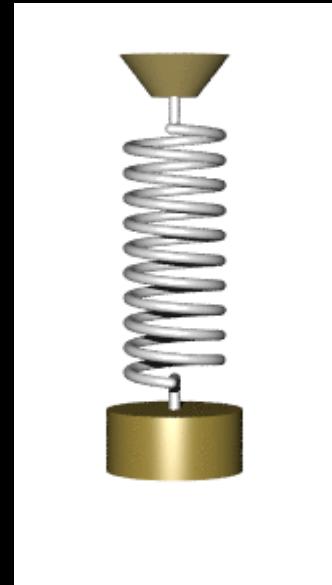
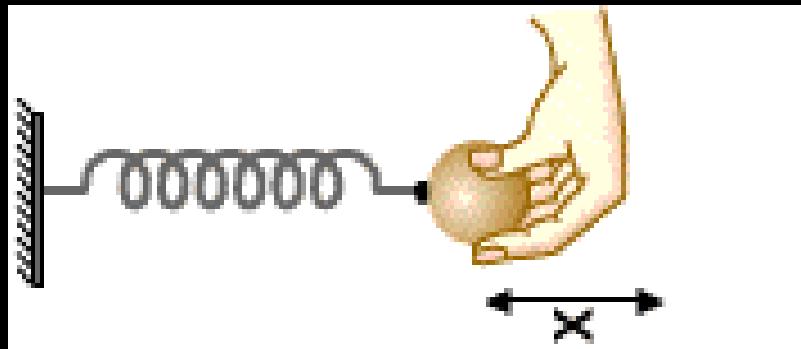
$$T - 10 = 2 \cdot 2,5$$

$$T - 10 = 5$$

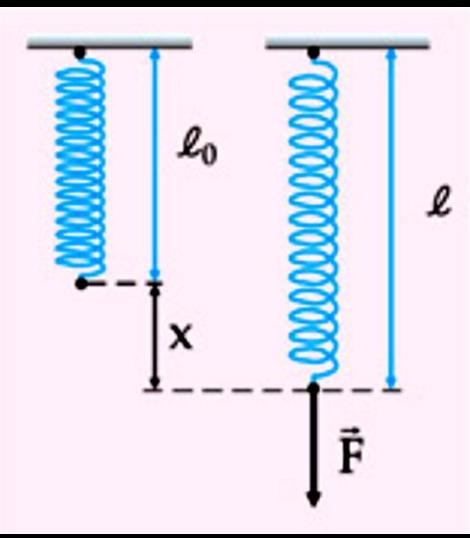
$$T = 15 \text{N}$$

# DEFORMAÇÕES ELÁSTICAS (X)

## Lei de Hooke



**Lei de Hooke:** A força elástica é diretamente proporcional à deformação elástica de um sistema.



$$x = |\ell - \ell_0|$$

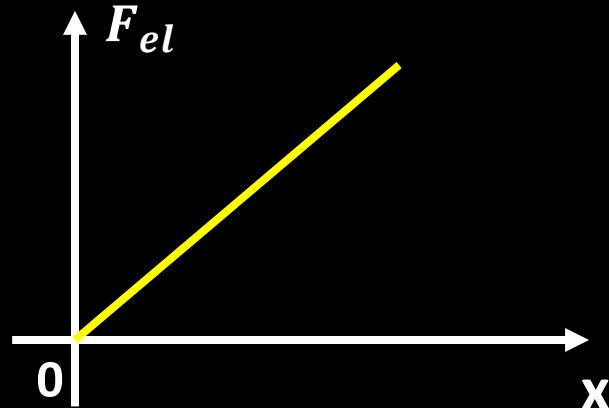
$$F_{el} \propto x$$

constante

$$F_{el} = k \cdot x$$

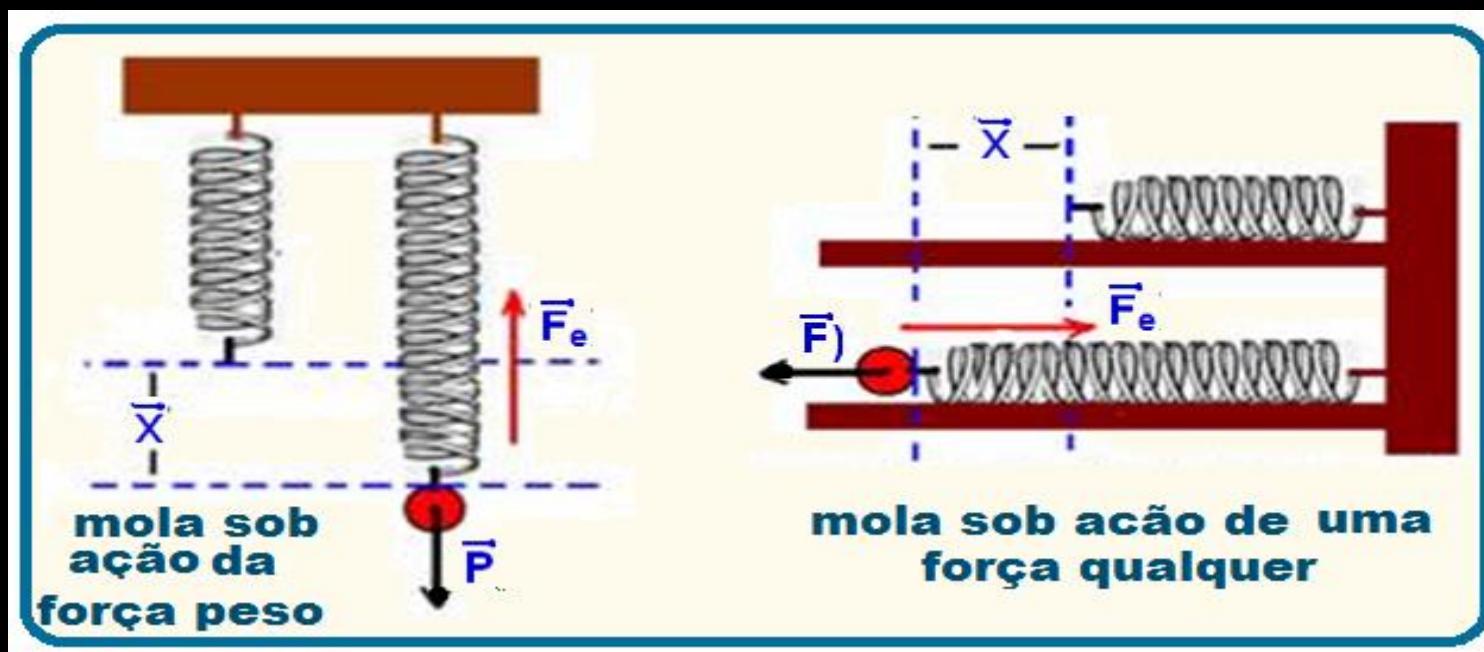
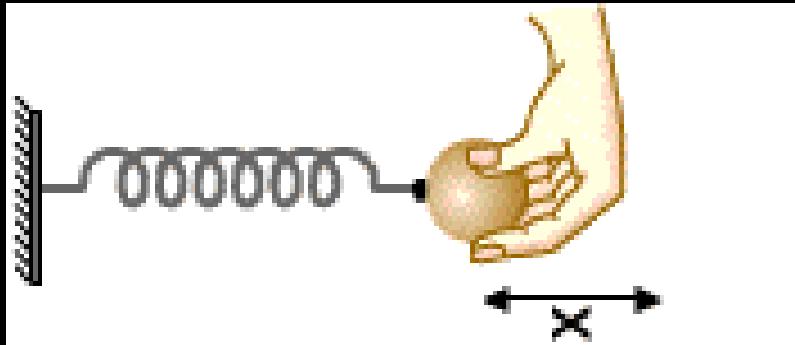
$\left. \begin{matrix} N \\ m \end{matrix} \right\}$   $N/m$

Análise gráfica



$K \rightarrow$  Determina o nível de consistência da mola ou corpo deformado.

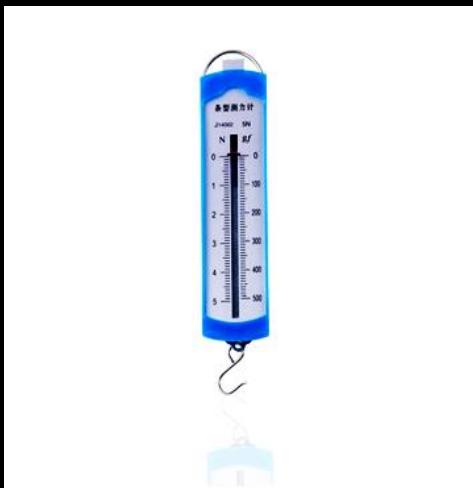
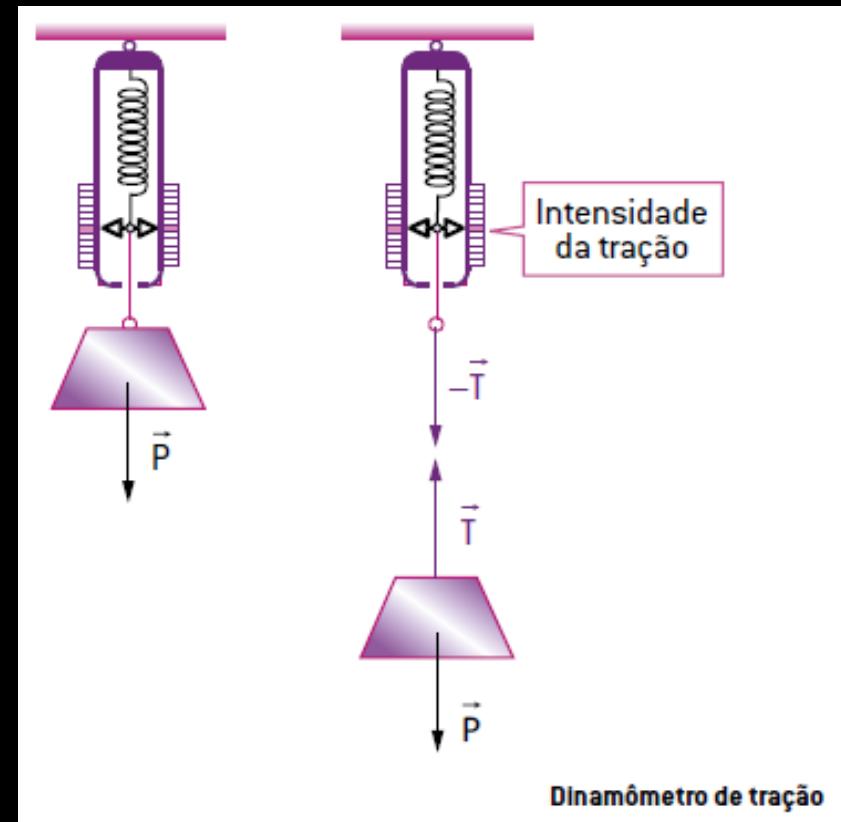
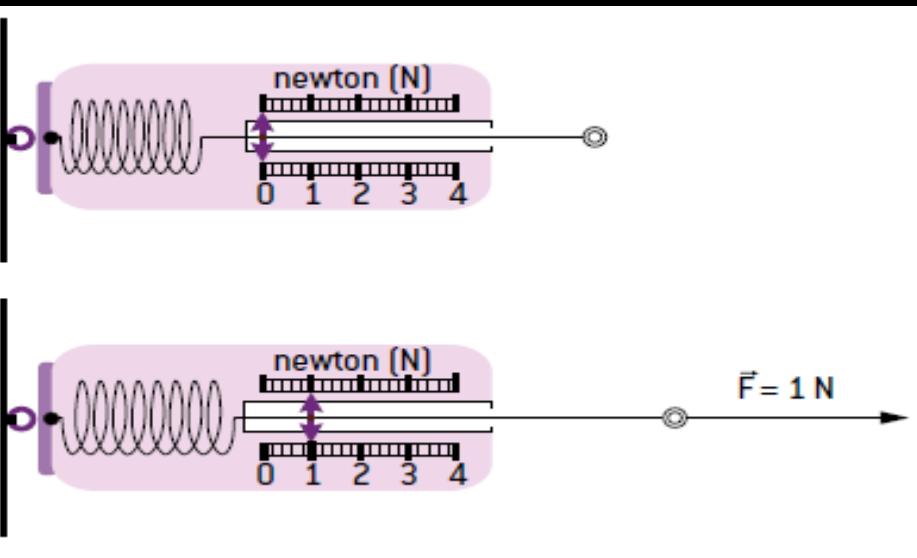
# Análise da deformação elástica



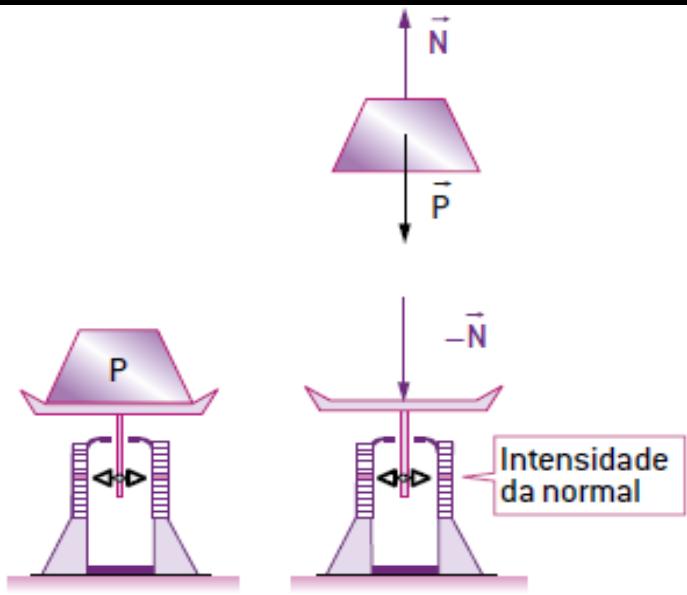
A força elástica é sempre contrária à força externa, tanto na distensão da mola quanto na compressão. Portanto,  $F_{el} = -F$ .

# Dinamômetros

São aparelhos constituídos de uma mola e servem para medir a força em um local ou um sistema específico.



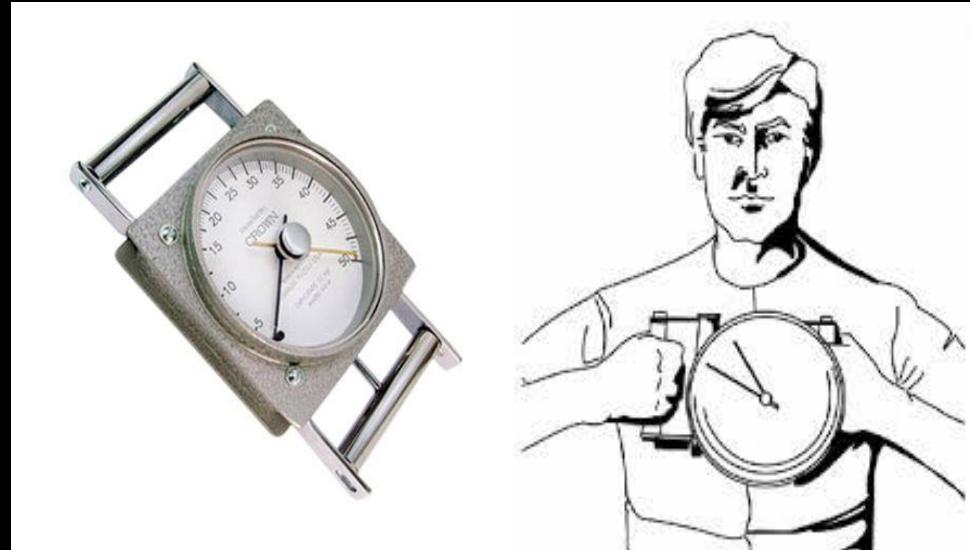
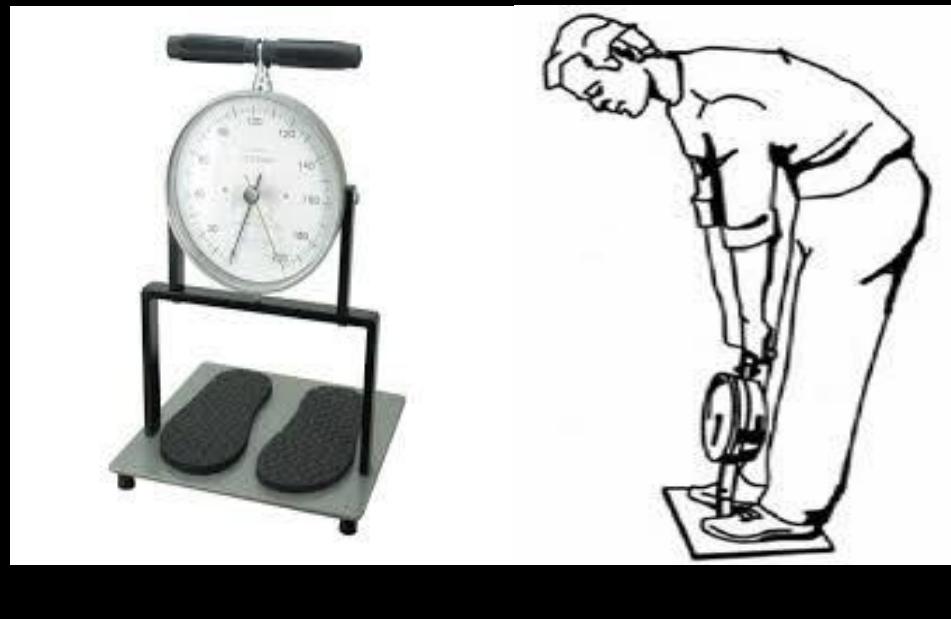
# Dinamômetros



Dinamômetro de compressão

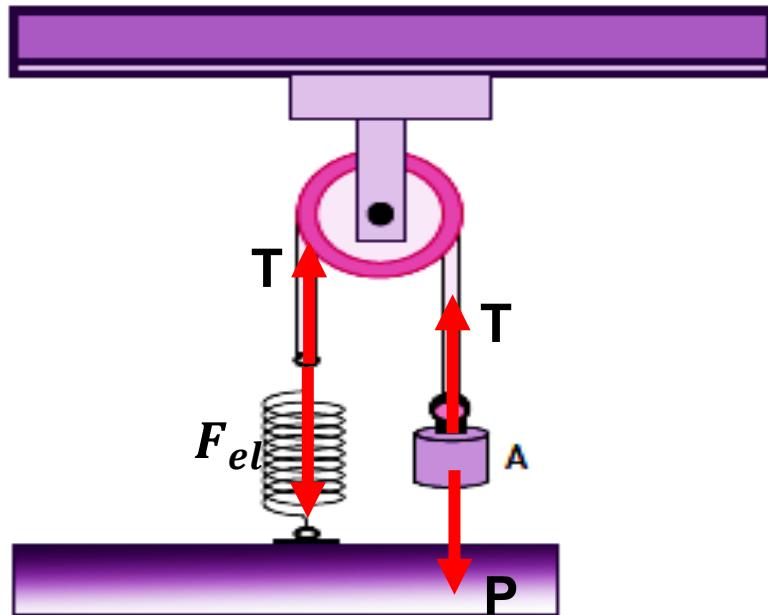


Dinamômetro de compressão usado em tratamentos de fisioterapia, para medir a quantidade de força do indivíduo.



# EXERCÍCIO UNICID - SP

O bloco A, de massa 1,5 kg, preso a uma corda inextensível e de massa desprezível, é abandonado do repouso no momento em que a mola, de constante elástica  $k = 200 \text{ N/m}$  e de massa desprezível, encontra-se não deformada. Despreze as resistências na polia e considere o sistema conservativo, a corda inicialmente esticada, mas não tensionada e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



O bloco A, após abandonado e por causa da deformação da mola, desce até atingir o ponto mais baixo de sua trajetória, sofrendo, nesse percurso, um deslocamento, em cm, igual a

$$T = P$$

$$T = F_{el}$$

$$F_{el} = P$$

$$k \cdot x = m \cdot g$$

$$200 \cdot x = 1,5 \cdot 10$$

$$200 \cdot x = 15$$

$$\cancel{x = \frac{15}{200}}$$

$$x = \frac{3}{40}$$

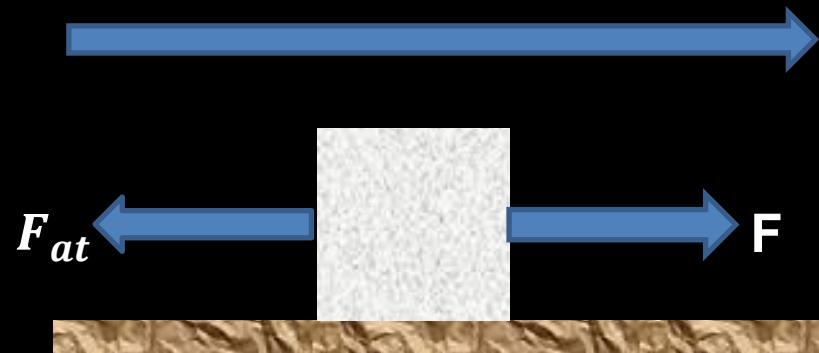
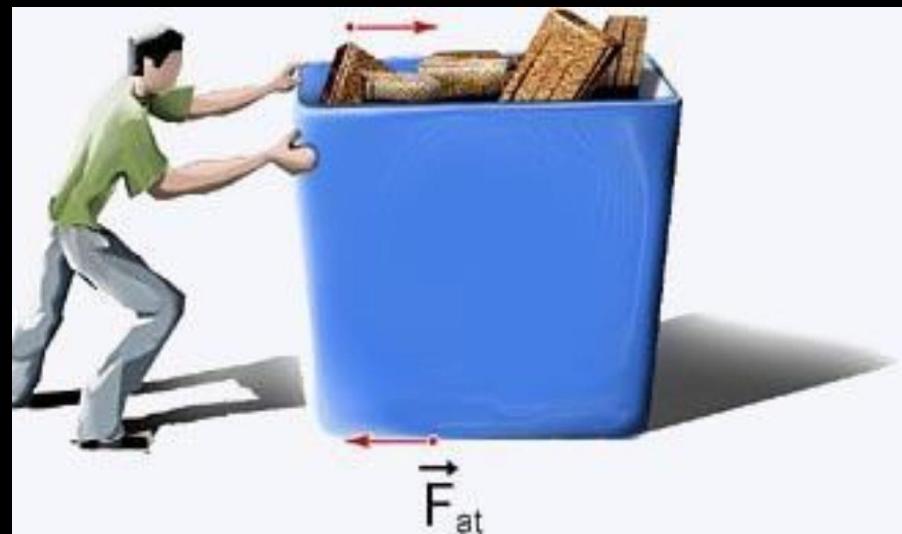
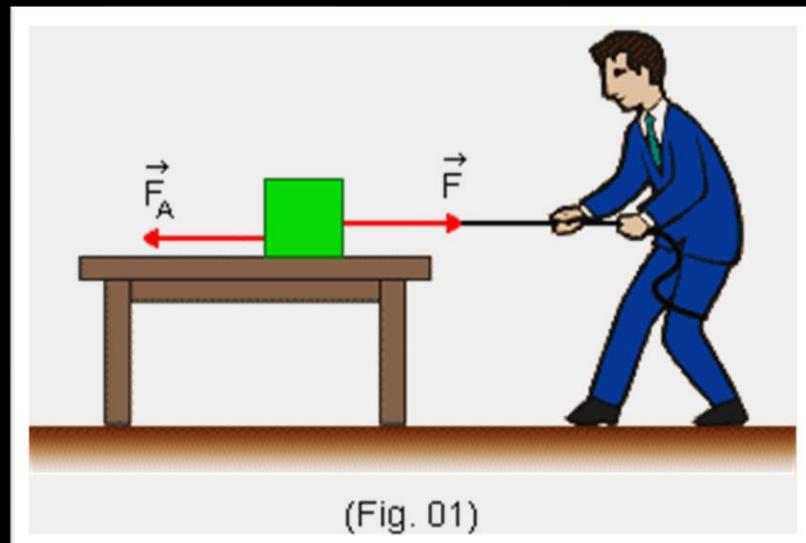
$$x = 0,075 \text{ m}$$

$$x = 7,5 \text{ cm}$$

- a) 7,5
- b) 10
- c) 20
- d) 25
- e) 30

## FORÇA DE ATRITO (Fat)

É toda força que se opõe ao deslizamento de um corpo ou à sua tendência de deslizar(iminência).



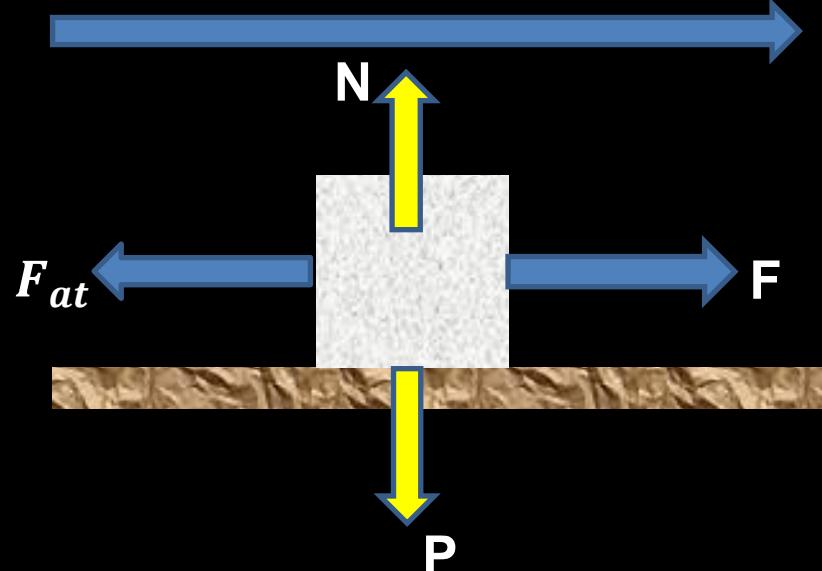
$$F - F_{at} = m \cdot a$$

$$F_{at} = \mu \cdot N$$

Sem unidade (adimensional)

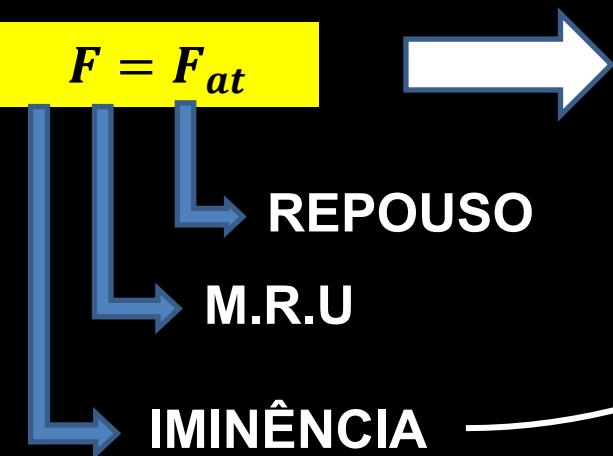
$\mu \rightarrow$  É o coeficiente de atrito.

# Análise da força de atrito (Fat)



$$F - F_{at} = m \cdot a$$

## Particularidades:



Equilíbrio

$$F = F_{at}$$

$$m \cdot a = \mu \cdot N$$

$$m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g$$

$$\cancel{m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g}$$

$$|a| = \mu \cdot g$$

# LEIS DO ATRITO

## FORÇA DE ATRITO (Fat)

ESTÁTICO

DINÂMICO

$$Fat_E = \mu_E \cdot N$$

$$Fat_D = \mu_D \cdot N$$

Impede o deslizamento

Permite o deslizamento



# LEIS DO ATRITO

## FORÇA DE ATRITO (Fat)



ESTÁTICO



DINÂMICO



$$Fat_E = \mu_E \cdot N$$

Impede o deslizamento

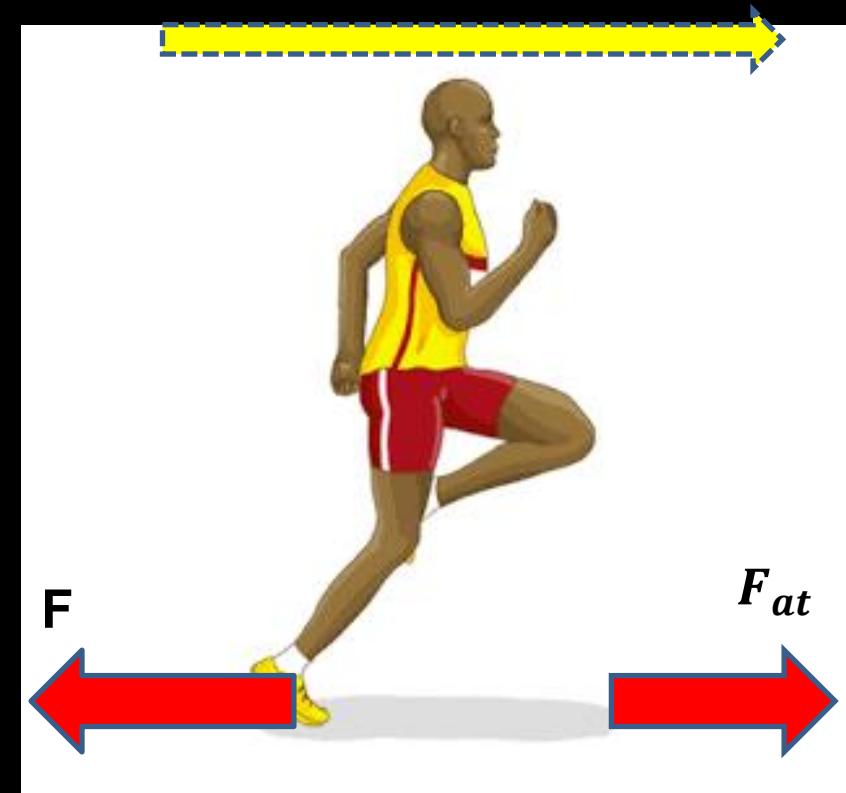


$$Fat_D = \mu_D \cdot N$$

Permite o deslizamento

$$\mu_E > \mu_D$$

# Fique atento!!!



A caminhada de uma pessoa tem  $F_{at}$  no mesmo sentido do movimento, pois  $F_{at}$  é contrário ao movimento das pernas da pessoa, que por sua vez, impulsionam o corpo para trás, para que a pessoa se move para frente.

A caminhada de uma pessoa constitui um atrito ESTÁTICO, pois não ocorre deslizamento dos pés com a superfície de contato durante o movimento da pessoa.

# Exercício de sala

Um automóvel desloca-se em uma estrada plana com velocidade de 72Km/h, quando são acionados os freios. Sendo o coeficiente de atrito entre os pneumáticos do automóvel e a estrada igual a 0,25, determine, em metros, o espaço percorrido pelo automóvel, desde a aplicação dos freios até parar. Considere  $g = 10m/s^2$ .

**IMPORTANTE:**

$$V_0 = \frac{72km}{h} = 20m/s$$

$$V = 0$$

$$\mu = 0,25$$

$$g = 10m/s^2$$

$$\Delta s = ?$$

Como se trata de um caso de iminência:

$$F = F_{at}$$

$$|a| = \mu \cdot g$$

$$|a| = 0,25 \cdot 10$$

$$|a| = 2,5$$

$$a = -2,5m/s^2$$

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-2,5) \cdot \Delta s$$

$$0 = 400 - 5 \cdot \Delta s$$

$$5 \cdot \Delta s = 400$$

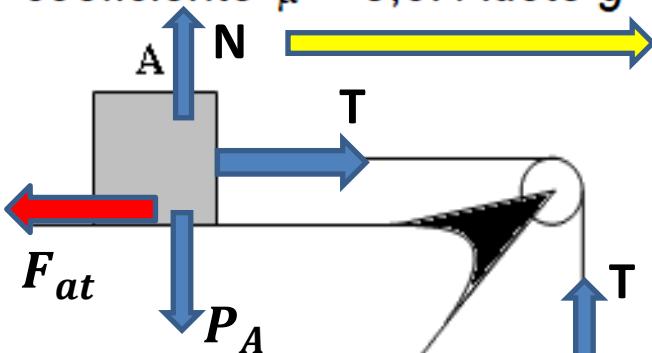
$$\Delta s = \frac{400}{5}$$

$$\Delta s = 80m$$

# LISTA DE FORÇA

## Questões 24 e 25

Dois corpos  $A$  e  $B$  de massa  $m_A = 1\text{kg}$  e  $m_B = 2\text{kg}$  estão ligados por uma corda de peso desprezível que passa sem atrito pela polia  $C$ . Entre  $A$  e o apoio existe atrito de coeficiente  $\mu = 0,5$ . Adote  $g = 10\text{m/s}^2$ .



$$N = P_A$$

$$N = m_A \cdot g$$

$$N = 1 \cdot 10$$

$$N = 10\text{N}$$

$$P_B = m_B \cdot g = 2 \cdot 10 = 20\text{N.}$$

$$F_{at} = \mu \cdot N$$

$$F_{at} = 0,5 \cdot 10$$

$$F_{at} = 5\text{N}$$

Informações para as duas questões que se seguem:

24. A aceleração dos corpos vale:

- a)  $5\text{m/s}^2$ .
- b)  $6\text{m/s}^2$ .
- c)  $7\text{m/s}^2$ .
- d)  $8\text{m/s}^2$ .
- e)  $9\text{m/s}^2$ .

25. A tração no fio vale:

- a)  $5\text{N}$ .
- b)  $6\text{N}$ .
- c)  $8\text{N}$ .
- d)  $10\text{N}$ .
- e)  $15\text{N}$ .

$$T - F_{at} = m_a \cdot a$$

$$T - 5 = 1 \cdot 5$$

$$T = 5 + 5$$

$$T = 10\text{N}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_B - T = m_B \cdot a \\ T - F_{at} = m_a \cdot a \end{array} \right\} P_B - F_{at} = (m_B + m_a) \cdot a$$

$$20 - 5 = (2 + 1) \cdot a$$

$$15 = (3) \cdot a$$

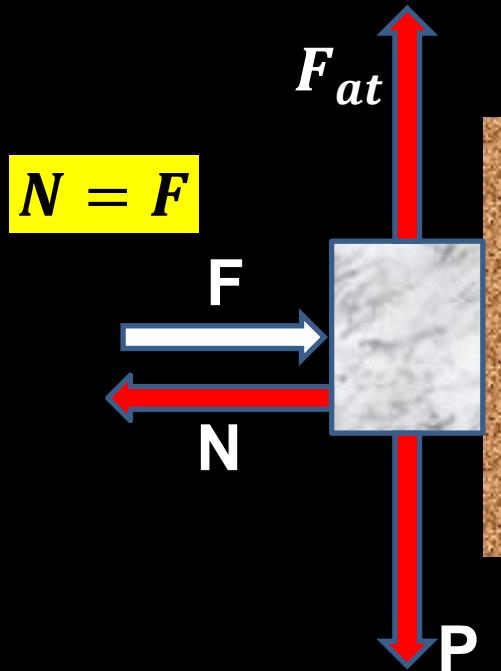
$$a = \frac{15}{3}$$

$$a = 5\text{m/s}^2$$

# QUESTÃO 30 BLOCO I

Um bloco de massa  $m = 400g$  é pressionado horizontalmente contra uma parede vertical. Sendo  $\mu = 0,4$  o coeficiente de atrito entre o bloco e a parede, a força  $F$  mínima que mantém o bloco em repouso, em  $N$ , vale: ( $g = 10m/s^2$ )

- a) 1,6.
- b) 4,0.
- c) 10,0.
- d) 100,0.
- e) 160,0.



$$F_{at} = P$$

$$\mu \cdot N = m \cdot g$$

$$\mu \cdot F = m \cdot g$$

$$\cancel{0,4 \cdot F = 0,4 \cdot 10}$$

$$F = 10N$$

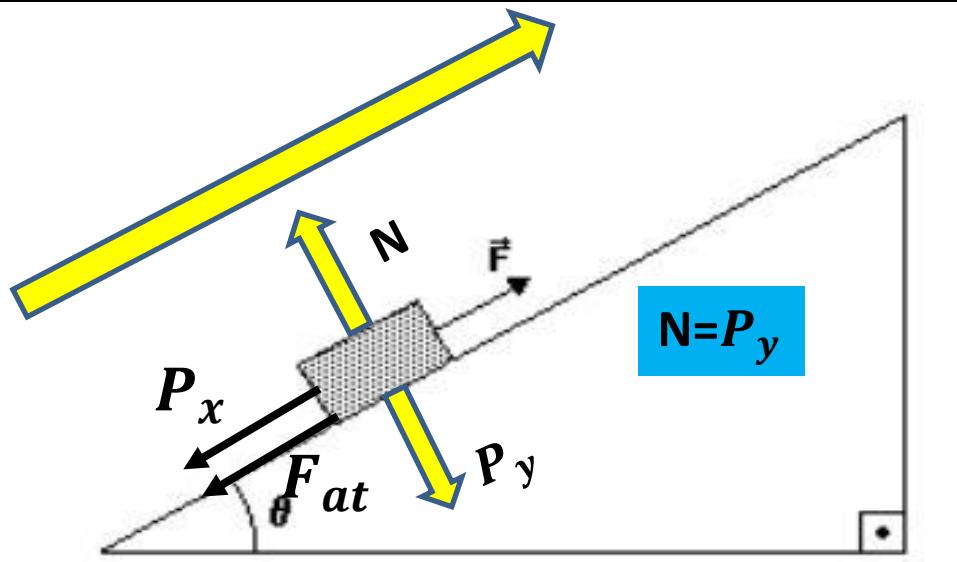
$$m = 400g = 0,4kg$$

# QUESTÃO 10 BLOCO II

Um bloco de massa  $m = 10\text{kg}$  sobe um plano inclinado com velocidade constante, sob ação de uma força  $F$  constante e paralela ao plano inclinado, conforme figura. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano inclinado é  $\mu = 0,2$ .

São dados  $\text{sen}\theta = 0,6$ ;  $\text{cos}\theta = 0,8$  e  $g = 10\text{m/s}^2$ .

A intensidade da força  $F$  será



**Velocidade Constante = MRU**

**Equilíbrio dinâmico:**

$$F = P_x + F_{at}$$

$$F = P \cdot \text{sen}\theta + \mu \cdot N$$

$$F = P \cdot \text{sen}\theta + \mu \cdot P_y$$

$$F = P \cdot \text{sen}\theta + \mu \cdot P \cdot \text{Cos}\theta$$

$$F = m \cdot g \cdot \text{sen}\theta + \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{Cos}\theta$$

**OUTRA  
FORMA:**

$$F - (P_x + F_{at}) = m \cdot a$$

$$F - P_x - F_{at} = 0$$

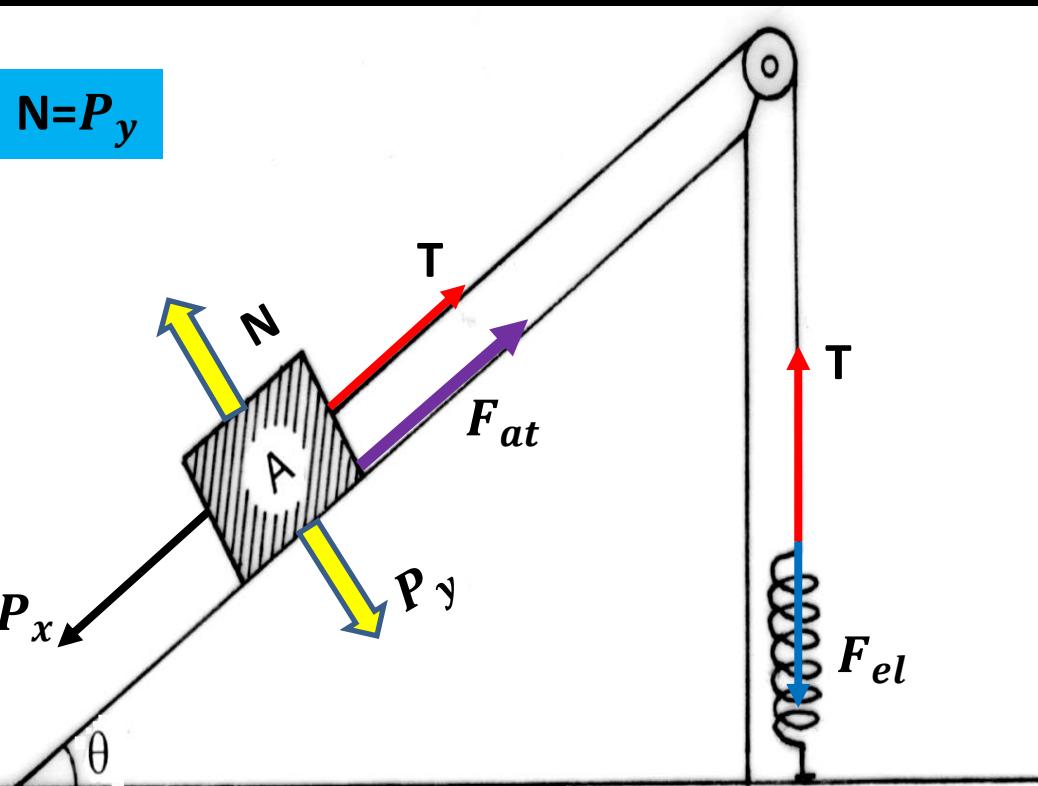
$$F = P_x + F_{at}$$

$$F = 10 \cdot 10 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,8$$

$$F = 60 + 16$$

$$F = 76\text{N}$$

A figura apresenta um bloco A, de peso igual a 10N, sobre um plano de inclinação  $\theta$  em relação à superfície horizontal. A mola ideal se encontra deformada de 20cm e é ligada ao bloco A através do fio ideal que passa pela roldana sem atrito. Sendo 0,2 o coeficiente de atrito estático entre o bloco A e o plano,  $\sin \theta = 0,60$ ,  $\cos \theta = 0,80$ , desprezando-se a resistência do ar e considerando-se que o bloco A está na iminência da descida, determine a constante elástica da mola, em N/m.



$$T = F_{el}$$

$$P_x = T + F_{at}$$

$$P \cdot \sin \theta = F_{el} + \mu \cdot N$$

$$P \cdot \sin \theta = k \cdot x + \mu \cdot P_y$$

$$P \cdot \sin \theta = k \cdot x + \mu \cdot P \cdot \cos \theta$$

$$10 \cdot 0,6 = k \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 10 \cdot 0,8$$

$$6 = k \cdot 0,2 + 1,6$$

$$0,2K = 6 - 1,6$$

$$K = \frac{4,4}{0,2}$$

$$K = 22 \text{ N/m}$$

# **POLIAS FIXAS E MÓVEIS**

## **MECÂNICA FÍSICA**

# ANÁLISE DA POLIA FIXA

Figura 1

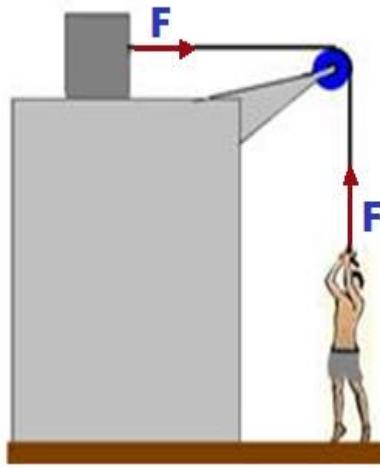


Figura 2

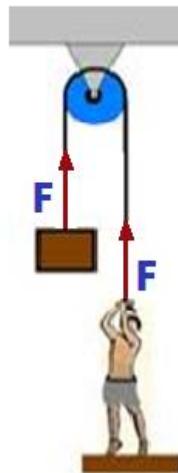
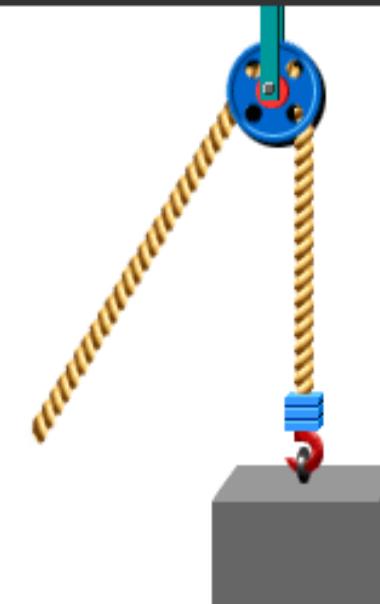
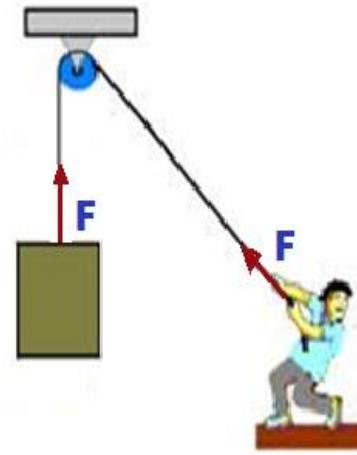


Figura 3



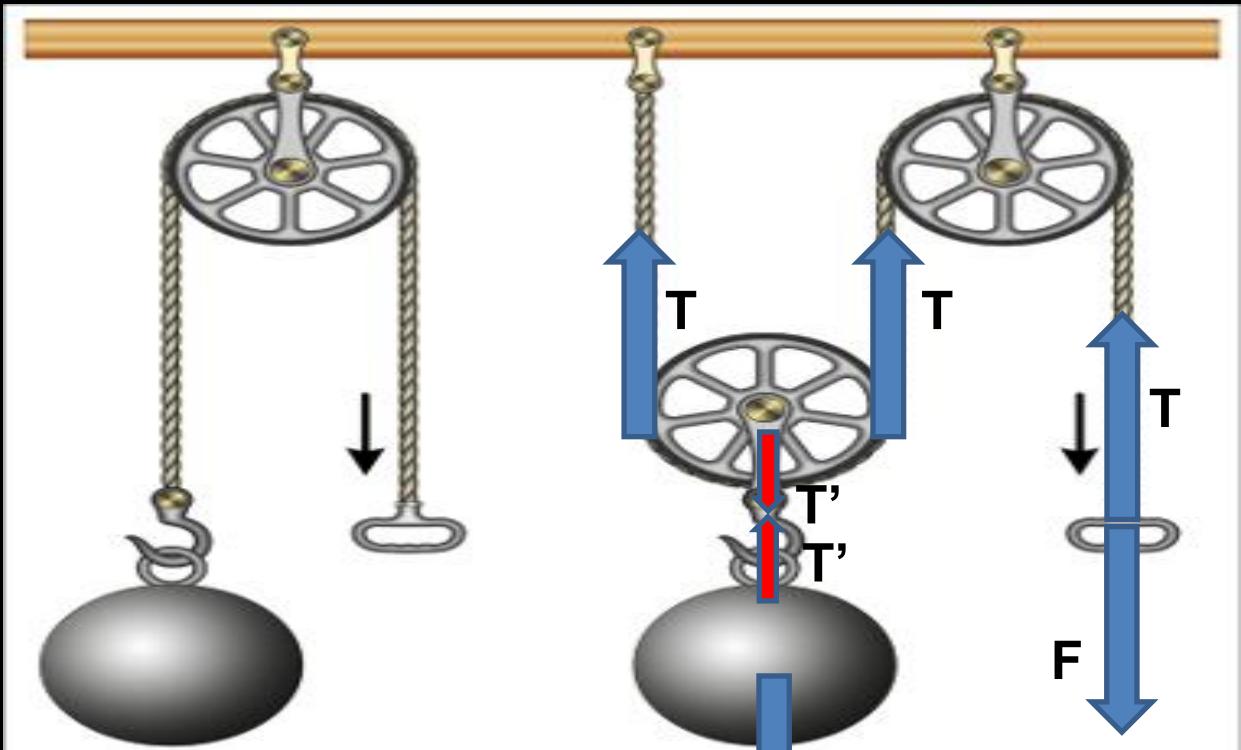
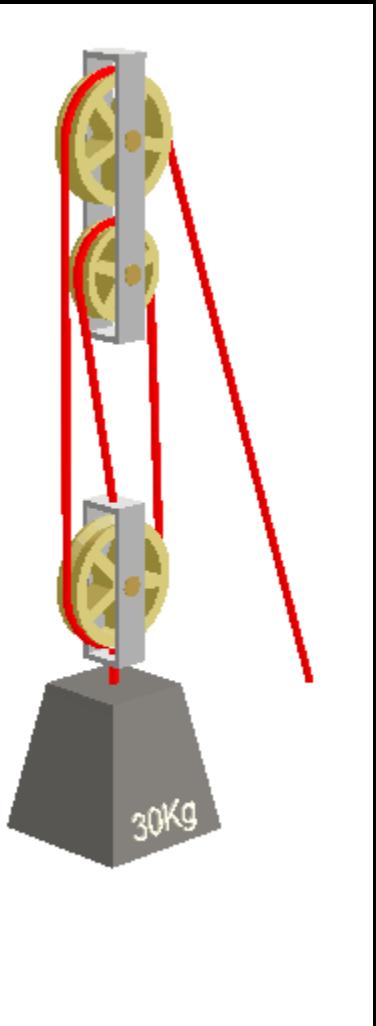
$F$  = Força Potente

$P$  = Força resistente

$$F = P$$

**Finalidade:** Manter o equilíbrio do sistema de maneira que a força seja sempre constante.

# ANÁLISE DA POLIA MÓVEL



$$F = T \quad T' = 2 \cdot T \quad P = T'$$

$$P = 2 \cdot T$$

$$P = 2 \cdot F$$

P

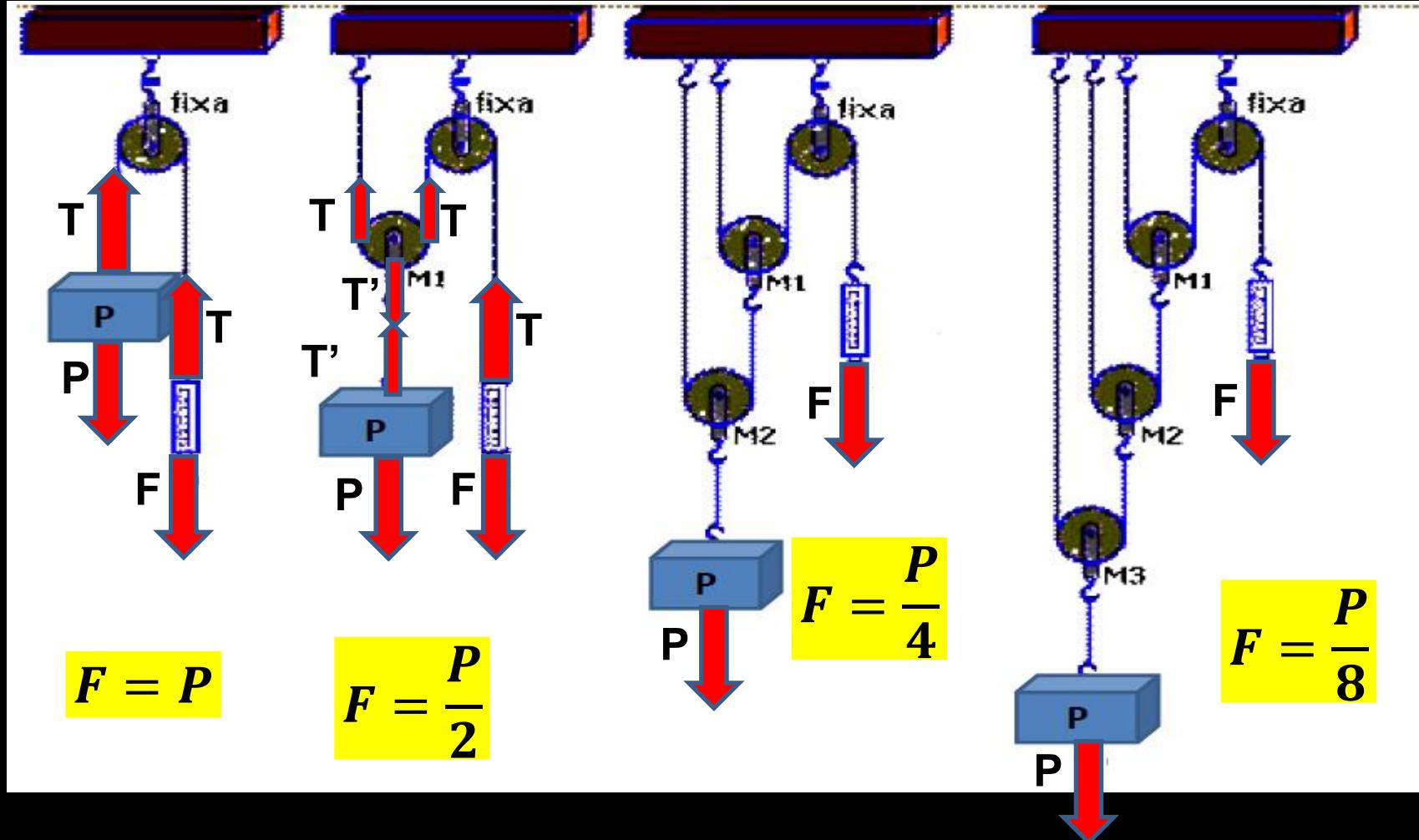
$$F_{\text{Potente}} = \frac{F_{\text{Resistente}}}{2}$$

$F$  = Força Potente  
 $P$  = Força resistente

$$F = \frac{P}{2}$$

Isso ocorre para  
uma polia móvel.

# ANÁLISE DA POLIA MÓVEL



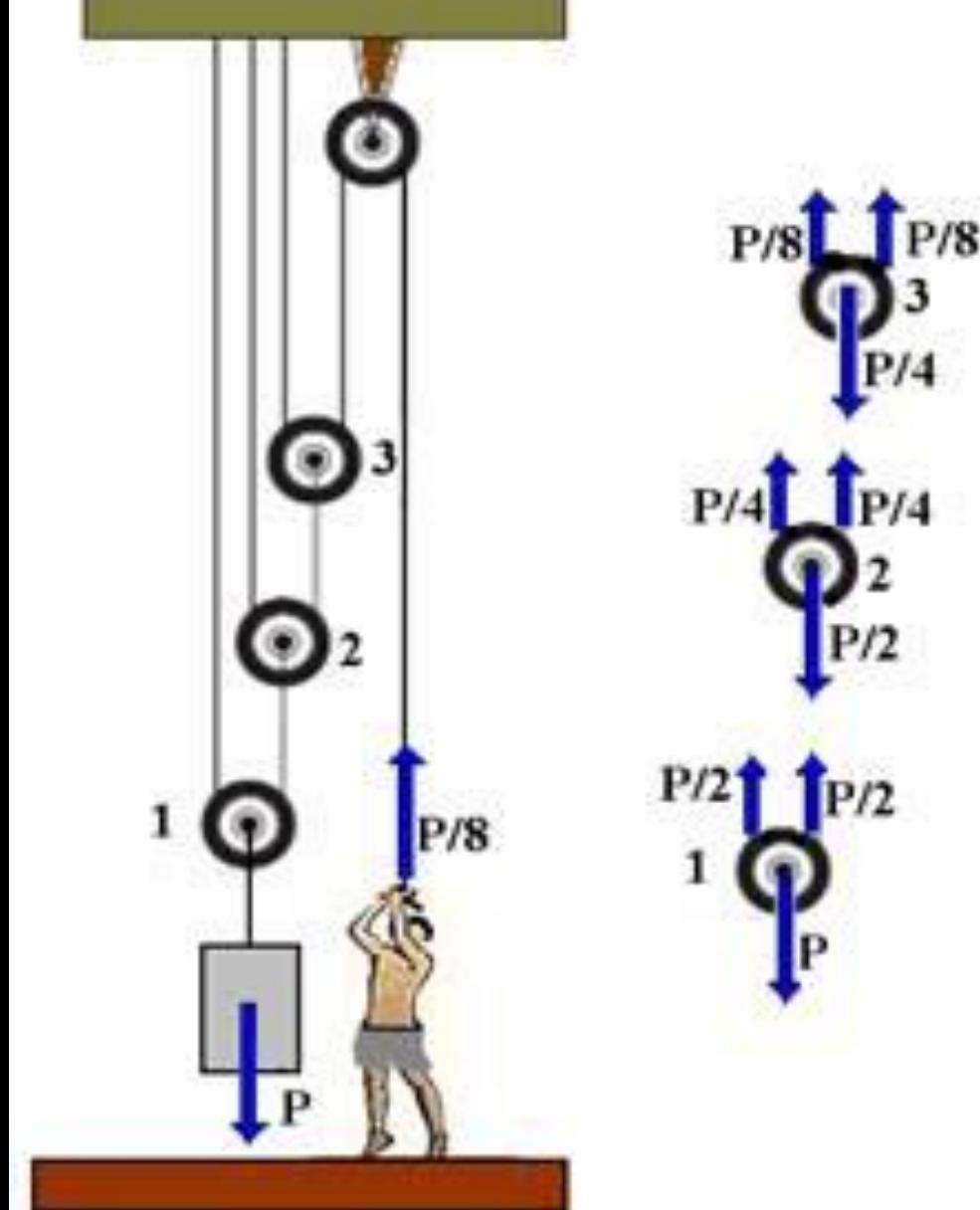
**Finalidade:** Manter o equilíbrio do sistema de maneira que a força potente aplicada seja reduzida proporcionalmente.

Para  $n$  polias móveis:

$$F_{Potente} = \frac{F_{Resistente}}{2^n}$$

# RESUMIDAMENTE:

$$F_{Potente} = \frac{F_{Resistente}}{2^n}$$



$n$  é o número de polias móveis

# BAHIANA 2015.1

Na construção de grandes obras da arquitetura da Antiguidade, como o pórtico megalítico, o arco romano, o arco gótico, dentre outros, maravilhosos resultados estéticos de equilibradas composições de forças físicas foram obtidos, utilizando máquinas simples da mecânica: plano inclinado, alavanca e polia.

Considerando a figura, que representa um esquema de associação de polias, com três polias móveis e uma fixa, determine o módulo da força que um operador deve exercer na extremidade do dinamômetro para manter o bloco, de massa igual a 80,0kg, em equilíbrio, sendo o módulo da aceleração da gravidade local igual a 10m/s<sup>2</sup>.

$$F_{Potente} = \frac{F_{Resistente}}{2^n}$$

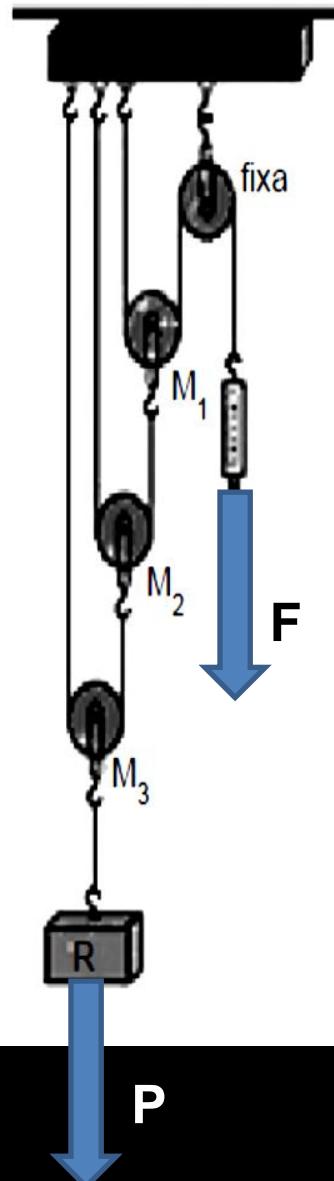
$$F_{Potente} = \frac{P}{2^3}$$

$$F_{Potente} = \frac{m \cdot g}{8}$$

$$F_{Potente} = \frac{80 \cdot 10}{8}$$

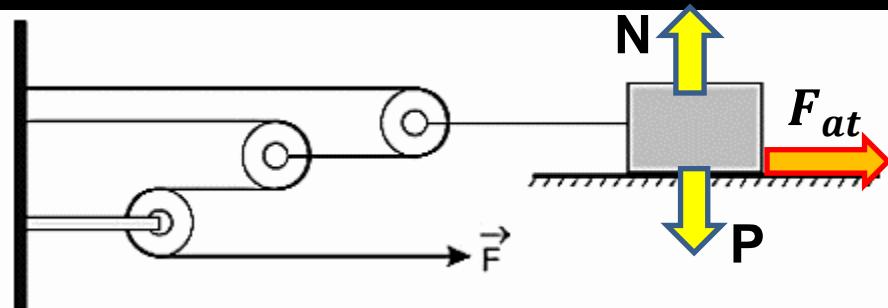
$$F_{Potente} = \frac{800}{8}$$

$$F_{Potente} = 100N$$



# ENEM 2016

Uma invenção que significou um grande avanço tecnológico na Antiguidade, a polia composta ou a associação de polias, é atribuída a Arquimedes (287 a.C. a 212 a.C.). O aparato consiste em associar uma série de polias móveis a uma polia fixa. A figura exemplifica um arranjo possível para esse aparato. É relatado que Arquimedes teria demonstrado para o rei Hierão um outro arranjo desse aparato, movendo sozinho, sobre a areia da praia, um navio repleto de passageiros e cargas, algo que seria impossível sem a participação de muitos homens. Suponha que a massa do navio era de 3000 kg, que o coeficiente de atrito estático entre o navio e a areia era de 0,8 e que Arquimedes tenha puxado o navio com uma força  $F$ , paralela à direção do movimento e de módulo igual a 400 N. Considere os fios e as polias ideais, a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$  e que a superfície da praia é perfeitamente horizontal.



O número mínimo de polias móveis usadas, nessa situação, por Arquimedes foi:

- A) 3.
- B) 6.
- C) 7.
- D) 8.
- E) 10.

$$F_{\text{Potente}} = \frac{F_{\text{Resistente}}}{2^n}$$

$$F = \frac{F_{\text{at}}}{2^n}$$

$$F > \frac{F_{\text{at}}}{2^n}$$

$$2^n \cdot F > F_{\text{at}}$$

$$2^n \cdot 400 > 24000$$

$$2^n > \frac{24000}{400}$$

$$2^n > 60 \quad n = 6$$

$$F_{\text{at}} = \mu \cdot N$$

$$F_{\text{at}} = 24000 \text{ N}$$

$$F_{\text{at}} = \mu \cdot P$$

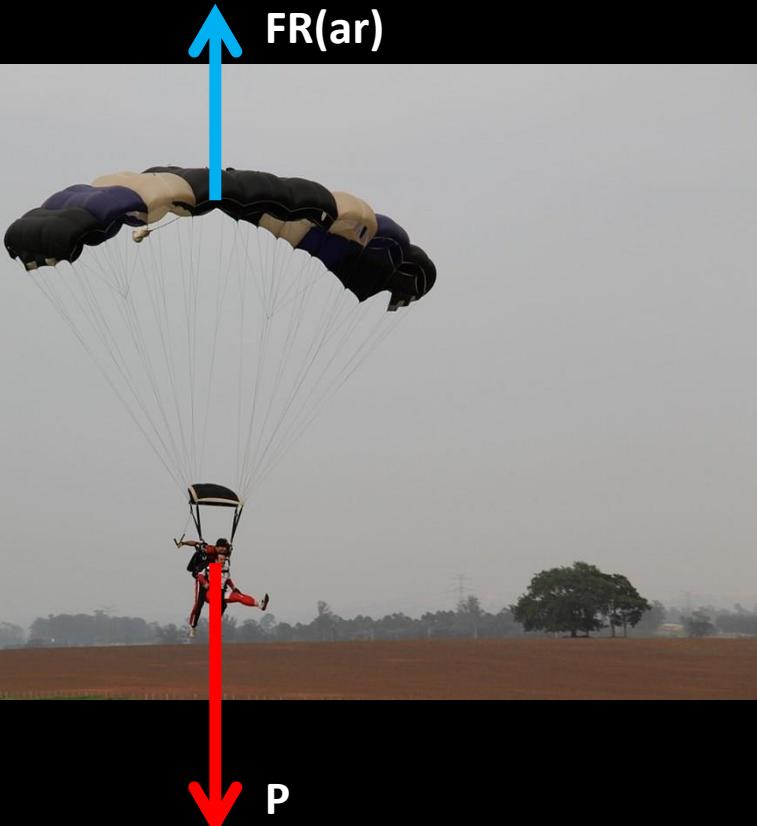
$$F_{\text{at}} = \mu \cdot m \cdot g$$

$$F_{\text{at}} = 0,8 \cdot 3000 \cdot 10$$

# RESISTÊNCIA DE FLUIDOS

Os líquidos e os gases opõem forças contra os corpos em movimento em seu interior.

Analogamente ao atrito em sólidos, a **força de resistência do ar** tem intensidade proporcional ao quadrado da velocidade do corpo.



$$Fr_{ar} \propto V^2$$

$$Fr_{ar} = k \cdot V^2$$

N

m/s

N.S<sup>2</sup>/m<sup>2</sup>

K – É uma constante de proporcionalidade que depende do tamanho e do formato do corpo(em função de sua ÁREA).

# Exercícios de resistência do ar

1. Um paraquedista desce com velocidade constante de 4m/s. Sendo a massa do conjunto de 80kg, e a aceleração da gravidade de 10m/s<sup>2</sup>, podemos afirmar que a força de resistência do ar corresponde, no sistema internacional de unidades, a:



$$Fr_{ar} = P$$

$$Fr_{ar} = m \cdot g$$

$$Fr_{ar} = 80 \cdot 10$$

$$Fr_{ar} = 800N$$

# Exercícios de resistência do ar

2. Um macaco, de massa  $m = 1,0 \text{ kg}$ , desprende-se do galho de uma árvore, à beira de um penhasco, e cai verticalmente.

Sua velocidade aumenta, em módulo, até o valor  $v = 30 \text{ m/s}$ , quando se torna constante, devido à resistência do ar. Por sorte, o macaco cai sobre uma vegetação, que amortece a queda, parando-o completamente. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

$$Fr_{ar} = P$$

$$k \cdot V^2 = m \cdot g$$

$$k \cdot 30^2 = 1 \cdot 10$$

$$k \cdot 900 = 10$$

$$k = \frac{1}{90} \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^2$$



Determine, a constante de resistência do ar, em  $\text{N} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^2$ .

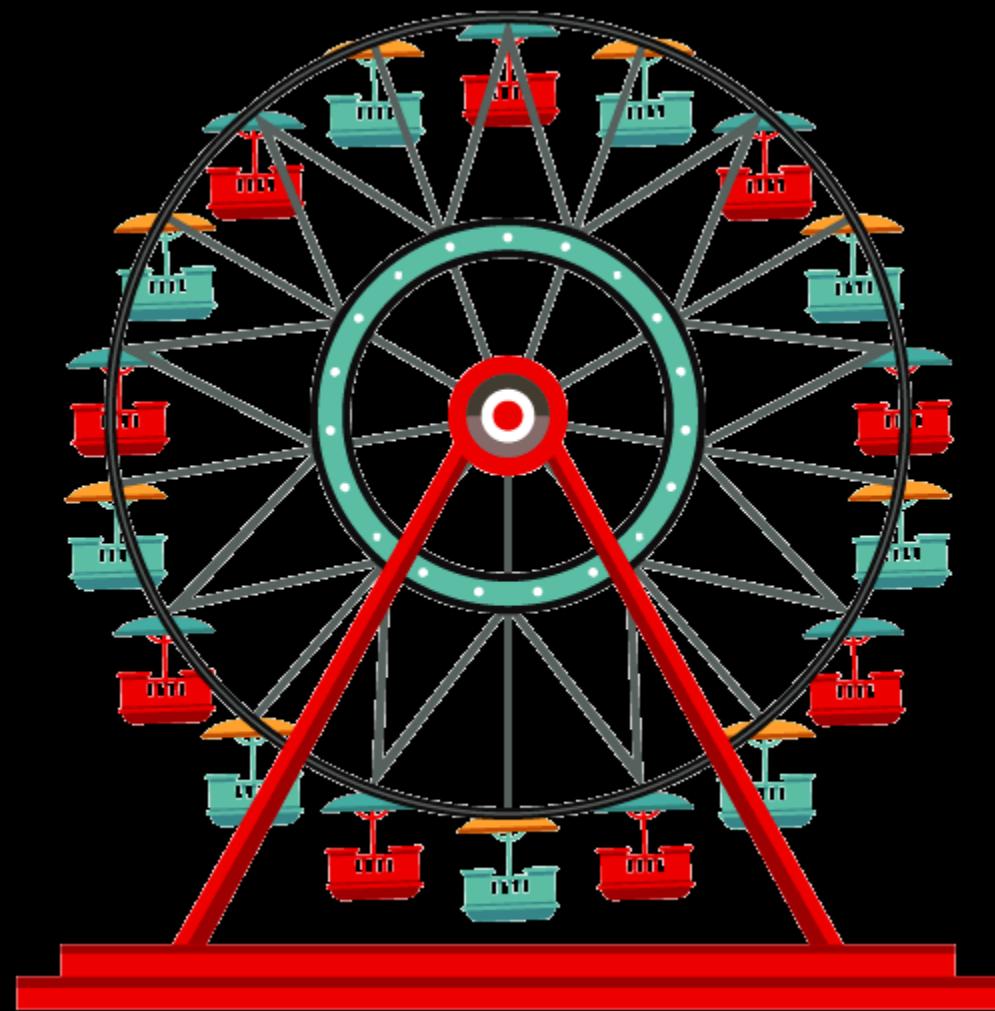
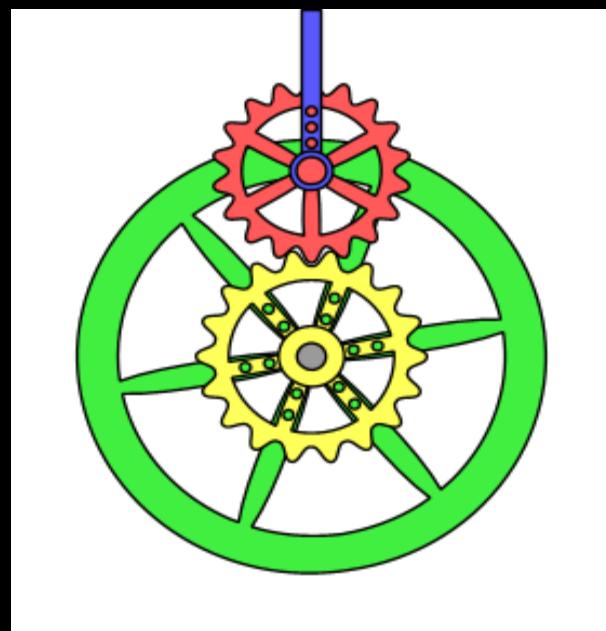
# MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

MECÂNICA

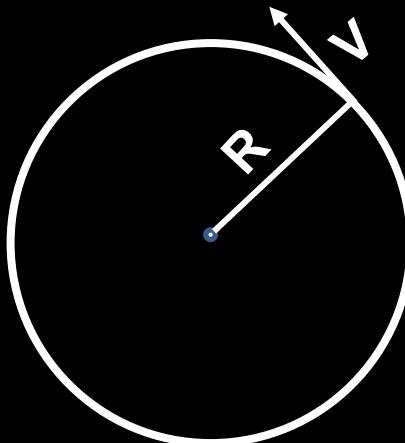
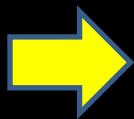
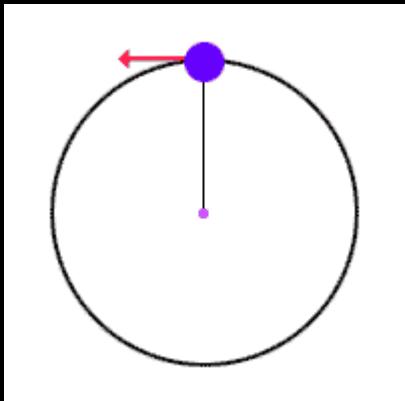
FÍSICA

2020

# M.C.U.



# Análise do Movimento circular Uniforme (M.C.U.)



2. Deslocamento angular ( $\Delta\varphi$ )

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi$$

rad

1 volta  $\Rightarrow 360^\circ \Rightarrow 2\pi \text{ rad}$

**FIQUE ATENTO!**

Fundamentos:

$$\Delta S = 2 \cdot \pi \cdot R$$

1. Deslocamento escalar ( $\Delta S$ )

$$\Delta S = \Delta\varphi \cdot R$$

$$\Delta S = C \odot = 2 \cdot \pi \cdot R$$



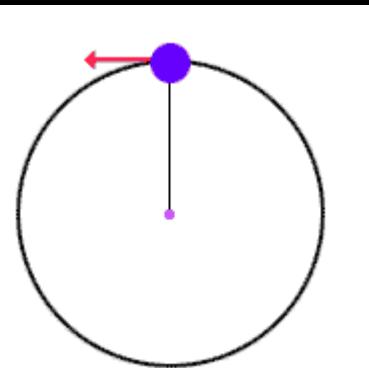
$$\Delta S = 2 \cdot \pi \cdot R$$

m

$$\text{Grandeza}_{\text{Escalar}} = \text{Grandeza}_{\text{Angular}} \cdot R$$

# Análise do Movimento circular Uniforme (M.C.U.)

## Fundamentos:



3. Período (T): É o tempo gasto para completar uma volta no movimento circular.

4. Frequência (f): Corresponde ao número de voltas executadas durante o movimento circular em função do tempo.

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Hertz (Hz)

Em uma volta

$$f = \frac{1}{T}$$

Hertz (Hz)

$$T = \frac{1}{f}$$

Segundos(s)

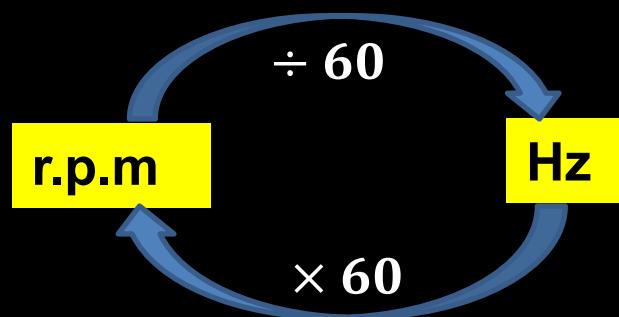
Importante!  
Frequência

$n \Rightarrow$  É o número de voltas ou rotações no M.C.U.



Hz = Rotações por segundo (r.p.s.)

r.p.m = Rotações por minuto

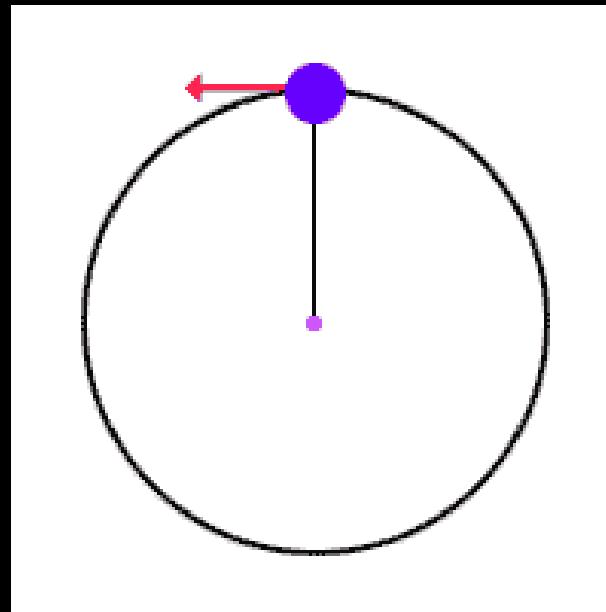


# Análise do Movimento circular Uniforme (M.C.U.)

Fundamentos:

4. Velocidade escalar ou Tangencial

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow V = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow V = 2\pi R \cdot f$$



5. Velocidade angular ( $\omega$ )

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = 2\pi \cdot f$$

$$f = \frac{1}{T}$$

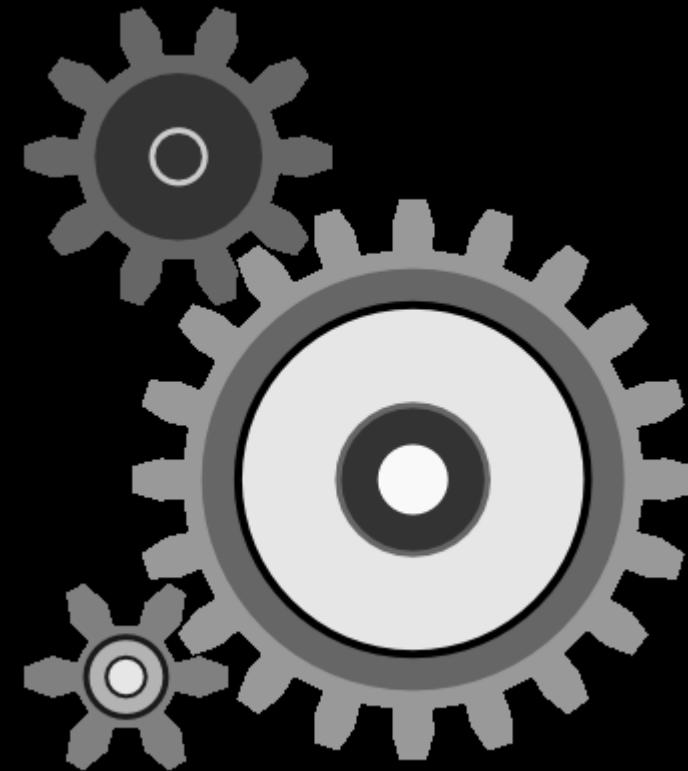
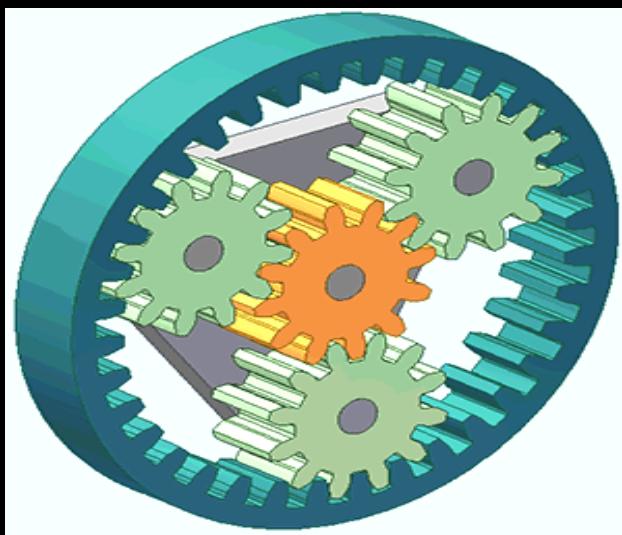
RELAÇÃO:

$$V = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow V = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow V = \omega \cdot R$$

↓      ↓      ↓  
m/s   Rad/s   m

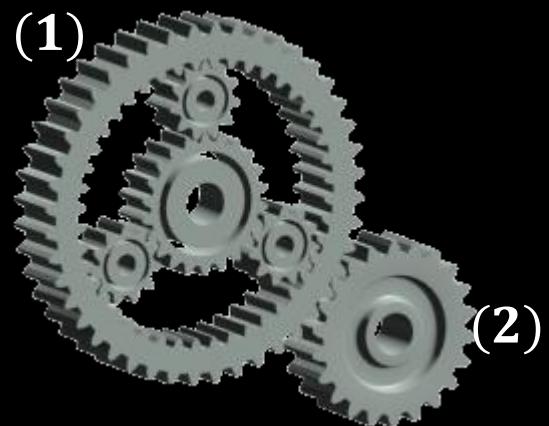
# Aplicações do MCU

## Acoplamento de polias



# Aplicações do MCU

## Acoplamento de polias



$$V = \omega \cdot R$$

### Por correia (Contato indireto)

$$V_1 = V_2$$

$$\omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2$$

$$\frac{2\pi}{T_1} \cdot R_1 = \frac{2\pi}{T_2} \cdot R_2$$

$$\frac{R_1}{T_1} = \frac{R_2}{T_2}$$

O contato direto se diferencia por giros em sentidos opostos, enquanto o contato indireto gira em um mesmo sentido.

### Por Contato direto

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{R_1}{T_1} = \frac{R_2}{T_2}$$



$$R_1 \cdot f_1 = R_2 \cdot f_2$$

$$R_1 \cdot f_1 = R_2 \cdot f_2$$

# Aplicações do MCU

## Acoplamento de polias II.

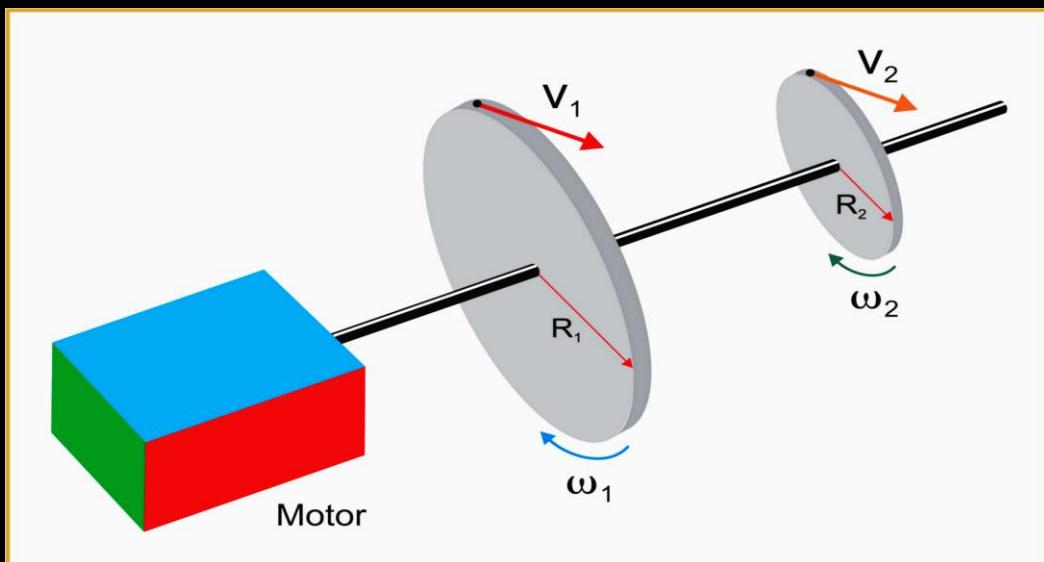
Por eixo de rotação



# Aplicações do MCU

## Acoplamento de polias II.

### Por eixo de rotação



$$\omega_1 = \omega_2$$

$$\frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{T_2}$$

$$\frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{T_2}$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}$$

$$T_1 = T_2$$

$$f_1 = f_2$$

**Importante!**

$$V = \omega \cdot R$$

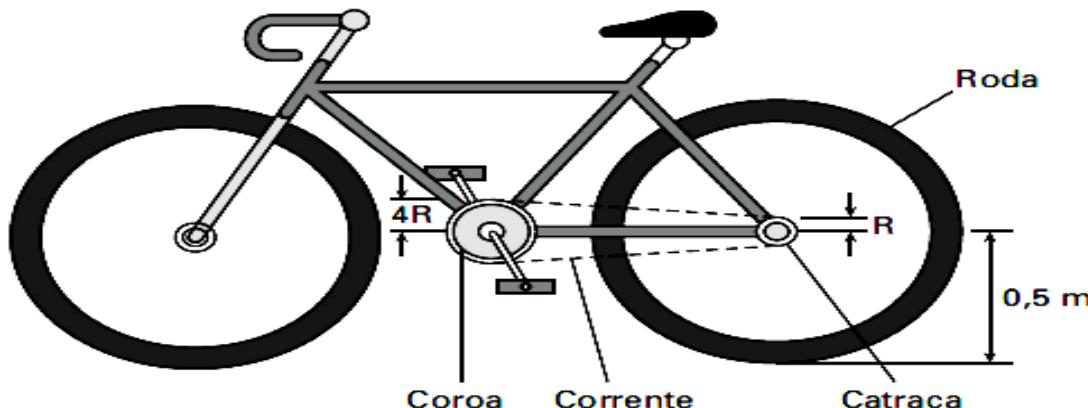
$$\omega = \frac{V}{R}$$

$$\omega_1 = \omega_2$$

$$\frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2}$$

# EXERCÍCIO

- 8 (UFPB) Em uma bicicleta, a transmissão do movimento das pedaladas se faz por meio de uma corrente, acoplando um disco dentado dianteiro (coroa) a um disco dentado traseiro (catraca), sem que haja deslizamento entre a corrente e os discos. A catraca, por sua vez, é acoplada à roda traseira de modo que as velocidades angulares da catraca e da roda sejam as mesmas (ver a seguir figura representativa de uma bicicleta).



Em uma corrida de bicicleta, o ciclista desloca-se com velocidade escalar constante, mantendo um ritmo estável de pedaladas, capaz de imprimir no disco dianteiro uma velocidade angular de 4 rad/s, para uma configuração em que o raio da coroa é 4R, o raio da catraca é R e o raio da roda é 0,5 m. Com base no exposto, conclui-se que a velocidade escalar do ciclista é:

- a) 2 m/s
- b) 4 m/s
- c) 8 m/s
- d) 12 m/s
- e) 16 m/s

$$\omega_{Ciclista} = \omega_{coroa}$$

$$4 = \frac{V_{coroa}}{R_{coroa}} \quad \leftrightarrow \quad 4 = \frac{V_{coroa}}{4R}$$

$$V_{coroa} = 16R$$

$$V_{coroa} = V_{catraca}$$

$$16R = \omega_{catraca} \cdot R_{catraca}$$

~~$$16R = \omega_{catraca} \cdot R$$~~

$$\omega_{catraca} = 16 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{catraca} = \omega_{roda}$$

$$16 = \frac{V_{roda}}{R_{roda}}$$

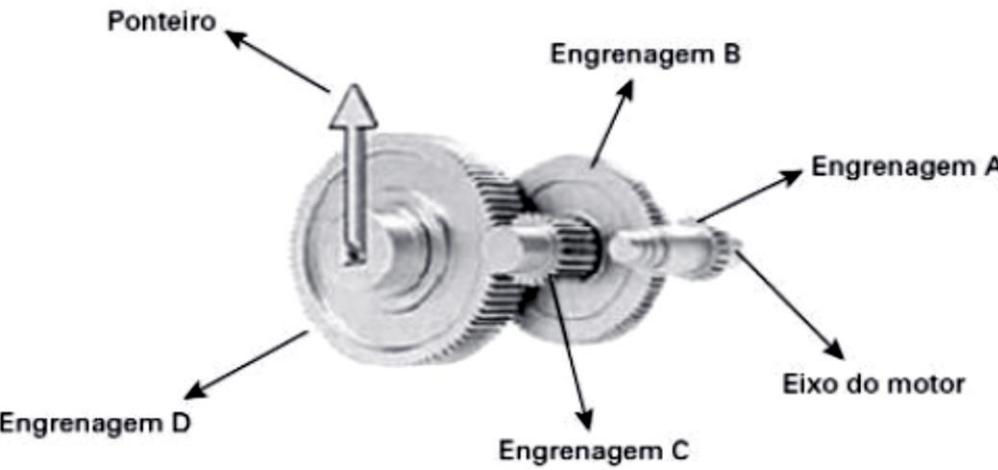
$$16 = \frac{V_{roda}}{0,5}$$

$$V_{roda} = 16 \cdot 0,5 = 8 \text{ m/s}$$

# EXERCÍCIO - ENEM

(ENEM) A invenção e o acoplamento entre engrenagens revolucionaram a ciência na época e propiciaram a invenção de várias tecnologias, como os relógios. Ao construir um pequeno cronômetro, um relojoeiro usa o sistema de engrenagens mostrado. De acordo com a figura, um motor é ligado ao eixo e movimenta as engrenagens fazendo o ponteiro girar. A frequência do motor é de 18 RPM, e o número de dentes das engrenagens está apresentado no quadro.

Engrenagem	Dentes
A	24
B	72
C	36
D	108



A frequência de giro do ponteiro, em RPM, é

a) 1 d) 81  
 b) 2 e) 162  
 c) 4

$$\omega_{Ponteiro} = \omega_D \leftrightarrow f_{Ponteiro} = f_D$$

$$V_D = V_C \leftrightarrow R_D \cdot f_D = R_C \cdot f_C$$

$$R_D = 3 \cdot R_C$$

$$3 \cdot R_C \cdot f_D = R_C \cdot f_C \leftrightarrow 3 \cdot f_D = f_C$$

$$f_C = f_B$$

$$V_B = V_A \leftrightarrow R_B \cdot f_B = R_A \cdot f_A$$

$$R_B = 3 \cdot R_A$$

$$3 \cdot R_A \cdot f_B = R_A \cdot f_A \leftrightarrow 3 \cdot f_B = f_A$$

$$3 \cdot f_C = f_A \leftrightarrow 3 \cdot 3 \cdot f_D = f_{Motor}$$

$$9 \cdot f_D = 18 \leftrightarrow f_D = \frac{18}{9}$$

$$f_{Ponteiro} = 2 \text{ rpm}$$

# Aceleração centrípeta

É a aceleração responsável pela manutenção do movimento circular, em função do raio da trajetória e da velocidade tangencial.



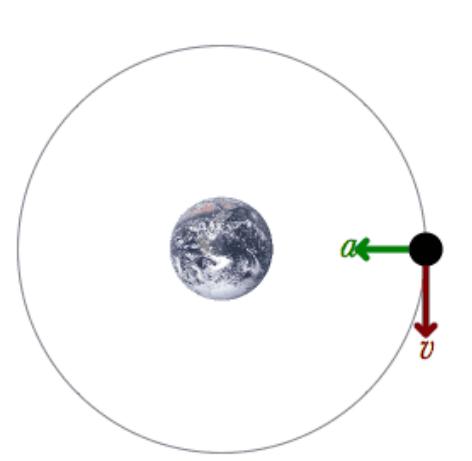
$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

$$V = \omega \cdot R$$

$$a_c = \frac{(\omega \cdot R)^2}{R}$$

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

Satélites em órbita circular



$$a_c = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R}$$

$$a_c = \omega^2 \cdot R$$

$$a_c = \omega^2 \cdot R$$

# QUESTÃO ENEM

(Enem) O Brasil pode se transformar no primeiro país das Américas a entrar no seletivo grupo das nações que dispõem de trens-bala. O Ministério dos Transportes prevê o lançamento do edital de licitação internacional para a construção da ferrovia de alta velocidade Rio-São Paulo. A viagem ligará os 403 quilômetros entre a Central do Brasil, no Rio, e a Estação da Luz, no centro da capital paulista, em uma hora e 25 minutos.

Disponível em: <http://oglobo.globo.com>. Acesso em: 14 jul. 2009.

$$\Delta s = 403\text{km} = 403000\text{m}$$

$$\Delta t = 1\text{h e 25 min} = 3600\text{s} + 1500\text{s} = 5100\text{s}$$

Devido à alta velocidade, um dos problemas a ser enfrentado na escolha do trajeto que será percorrido pelo trem é o dimensionamento das curvas. Considerando-se que uma aceleração lateral confortável para os passageiros e segura para o trem seja de  $0,1\text{ g}$ , em que  $g$  é a aceleração da gravidade (considerada igual a  $10\text{ m/s}^2$ ), e que a velocidade do trem se mantenha constante em todo o percurso, seria correto prever que as curvas existentes no trajeto deveriam ter raio de curvatura mínimo de, aproximadamente,

A) 80 m.

$$a_c = 0,1 \cdot g$$

B) 430 m.

$$a_c = 0,1 \cdot 10$$

C) 800 m.

$$a_c = 1\text{m/s}^2$$

D) 1.600 m.

E) 6.400 m.

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$V = \frac{403000}{5100}$$

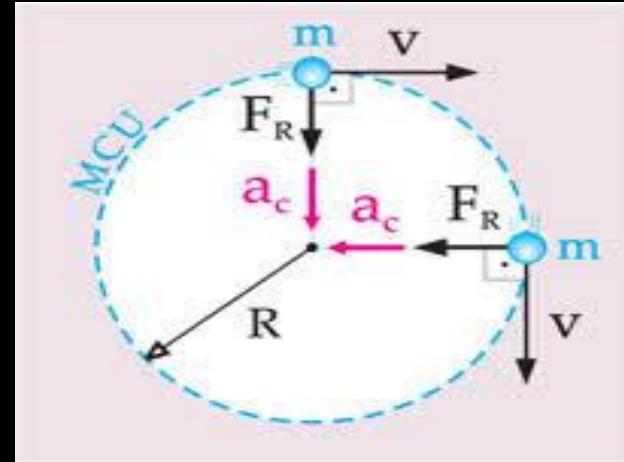
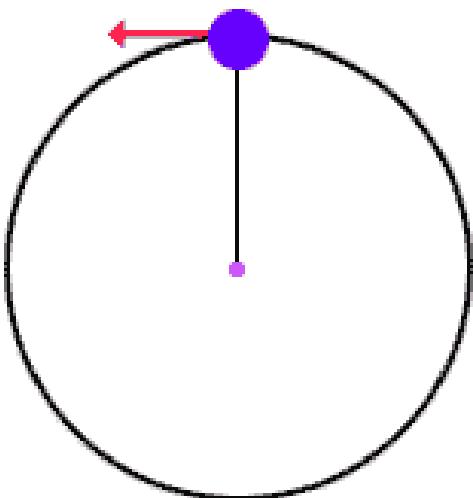
$$V \cong 80\text{m/s}$$

$$a_c = \frac{V^2}{R} \quad \leftrightarrow \quad 1 = \frac{80^2}{R}$$

$$R = 6400\text{m}$$

# FORÇA CENTRÍPETA

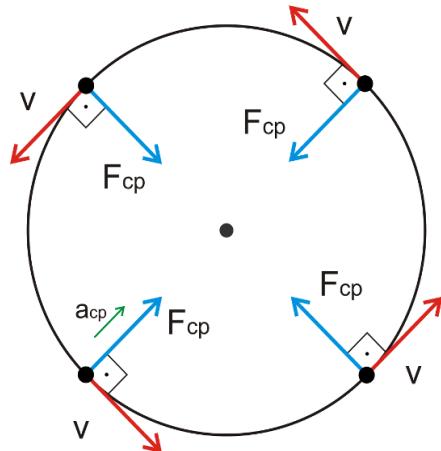
É a força resultante do movimento circular.



$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

$$F_C = m \cdot a_C$$

$$a_C = \frac{V^2}{R}$$

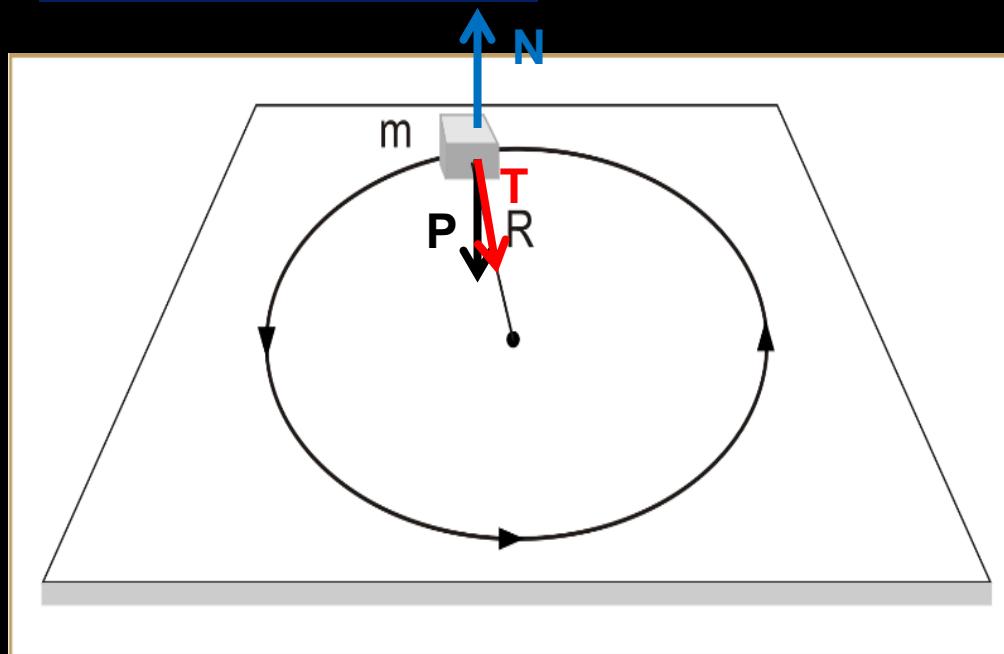


$$F_C = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

$$F_C = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

# APLICAÇÕES: TRAÇÃO I

## GIRO HORIZONTAL

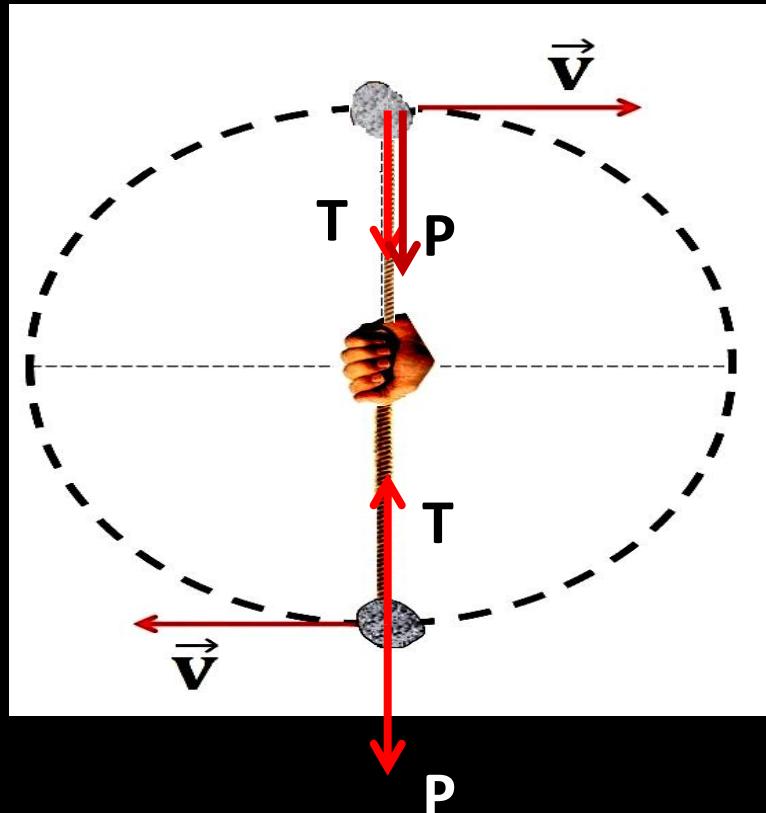


$$T = F_C$$

A tração no fio mantém a trajetória circular do corpo. Nesse caso, a tração é a força resultante, portanto a própria força centrípeta.

# APLICAÇÕES: TRAÇÃO II

## GIRO VERTICAL



Na parte inferior:

$$T - P = F_C$$

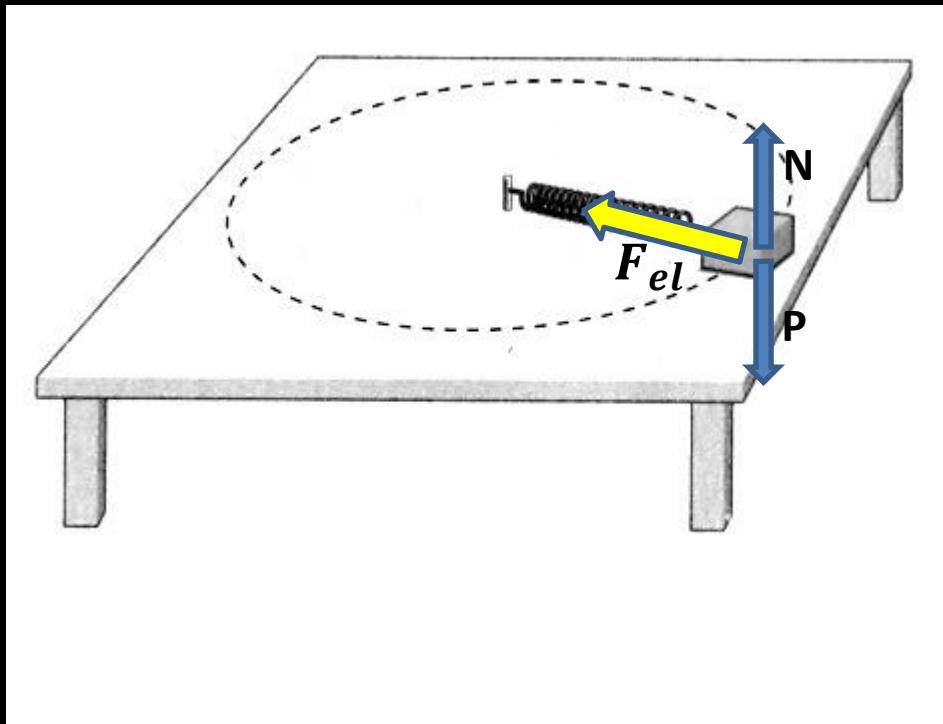
$$T - P = m \cdot a_C$$

Na parte superior:

$$T + P = F_C$$

$$T + P = m \cdot a_C$$

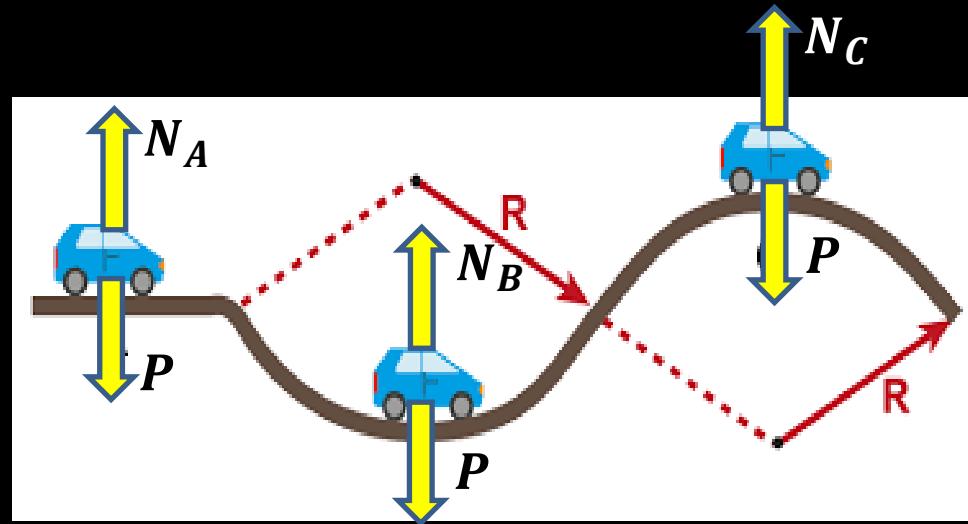
# Analogia com a força elástica



$$F_{el} = F_C$$

# APLICAÇÕES IMPORTANTES

## 1. Leitura da força NORMAL (N)



$$N_A = P$$

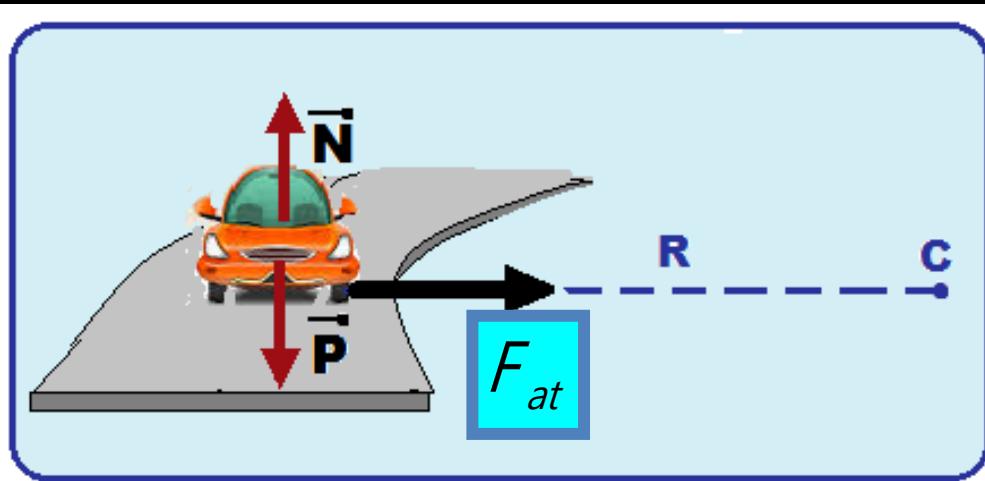
$$N_B > P$$

$$N_C < P$$

$$N_B > N_A > N_C$$

# APLICAÇÕES IMPORTANTES

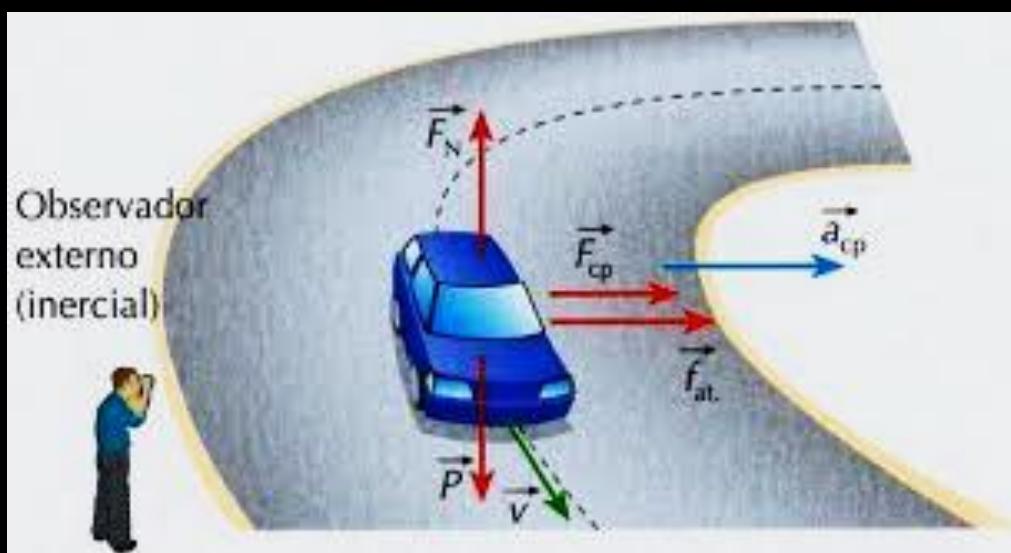
## 2. Atritos nas curvas



$$F_{at} = F_C$$

$$\mu \cdot N = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

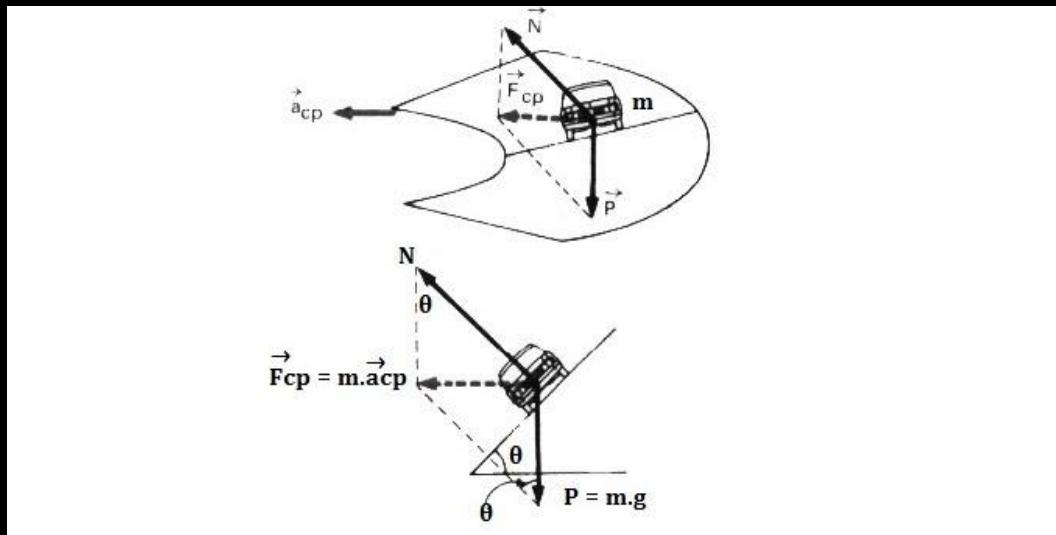
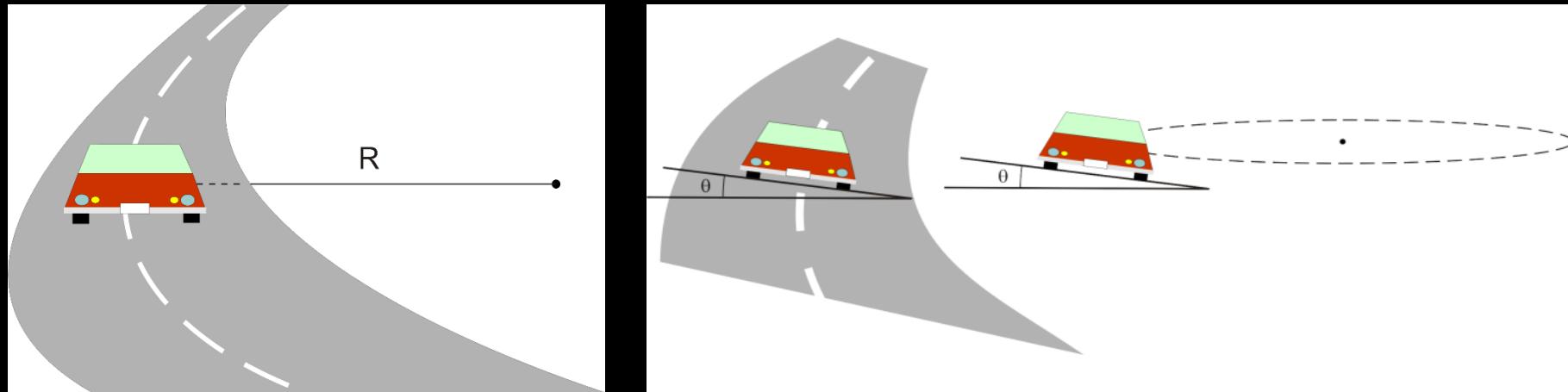
$$\cancel{\mu \cdot m \cdot g} = \cancel{m} \cdot \frac{V^2}{R}$$



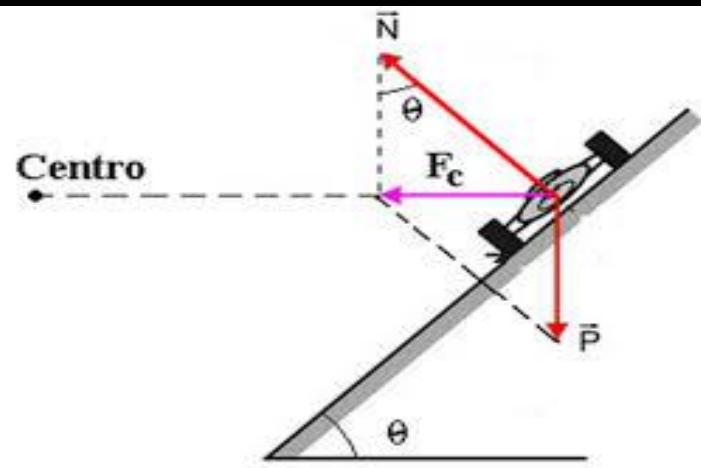
$$\mu = \frac{V^2}{R \cdot g}$$

# APLICAÇÕES IMPORTANTES

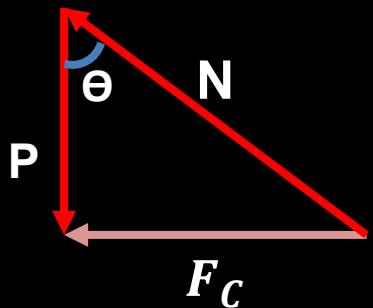
## 2.1 Atrito nas curvas – Sobrelevação nas pistas.



# Ângulo de sobrelevação



A sobrelevação da pista compensa o atrito com o solo, mantendo a condição de atrito **ESTÁTICO**, pois impede o deslizamento dos veículos.



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_c}{P}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{m \cdot \frac{V^2}{R}}{m \cdot g}$$

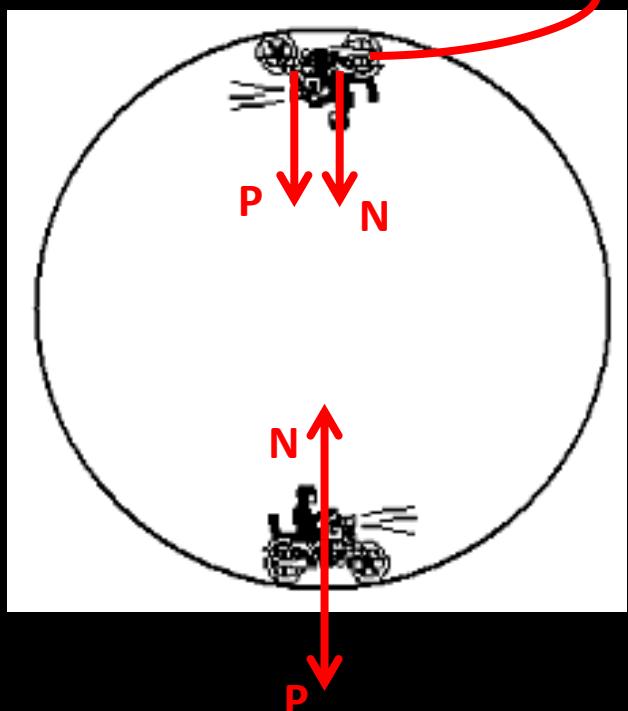
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V^2}{R \cdot g}$$

$$\mu = \frac{V^2}{R \cdot g}$$

$$\mu = \operatorname{tg} \theta$$

# APLICAÇÕES IMPORTANTES

## 3. Globo da morte



No ponto mais alto, a velocidade é mínima e a força NORMAL  $N \approx 0$ , pois o móvel está na “iminência de cair”.

$$\cancel{P + N = F_C}$$

$$P = F_C$$

$$\cancel{m \cdot g = m \cdot \frac{V^2}{R}}$$

$$V^2 = R \cdot g$$

$$V_{mínima} = \sqrt{R \cdot g}$$

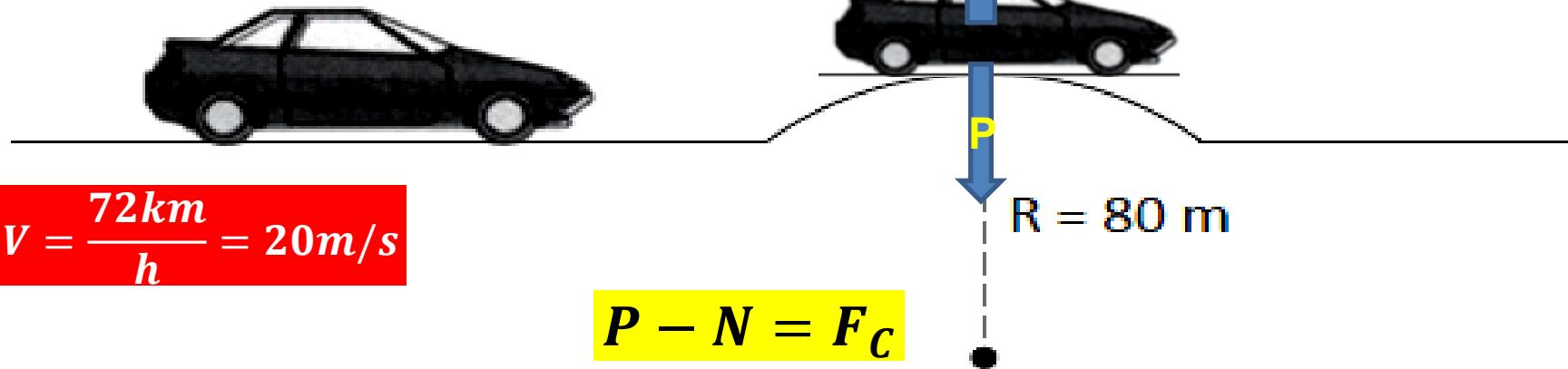
No ponto mais baixo, a velocidade é máxima.

$$N - P = F_C$$



$$N - P = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

(FEI-SP) Um veículo de massa 1.600 kg percorre um trecho de estrada (desenhada em corte na figura e contida num plano vertical) em lombada, com velocidade de 72 km/h. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Determine a intensidade da força que o leito da estrada exerce no veículo quando ele passa pelo ponto mais alto da lombada.



$$V = \frac{72 \text{ km}}{\text{h}} = 20 \text{ m/s}$$

$$P - N = F_C$$

$$m \cdot g - N = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

A) 1.000 N

B) 2.000 N

C) 4.000 N

D) 8.000 N

E) 16.000 N

$$1600 \cdot 10 - N = \cancel{1600} \cdot \frac{20^2}{\cancel{80}}$$

$$16000 - N = 20.400$$

$$16000 - N = 8000 \rightarrow N = 8000 \text{ N}$$

(UnB - DF – modificado) Um caminhão, levando um baú solto na carroceria, faz uma curva horizontal, de raio 125 m. Admita o coeficiente de atrito estático entre o baú e a carroceria igual a 0,5 e considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . A velocidade máxima que o caminhão pode desenvolver na curva, sem que o baú deslize, é:

- A) 36 km/h
- B) 54 km/h
- C) 72 km/h
- D) 80 km/h
- E) 90 km/h

$$F_{at} = F_C$$

$$\mu = \frac{V^2}{R \cdot g}$$

$$0,5 = \frac{V^2}{125 \cdot 10}$$

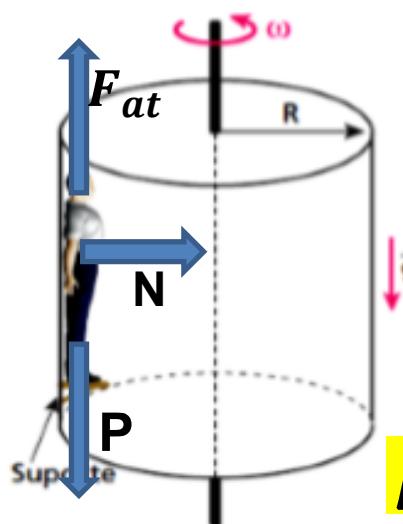
$$V^2 = 625$$

$$V = \sqrt{625}$$

$$V = 25 \text{ m/s} \rightarrow V = 25 \cdot 3,6 = 90 \text{ km/h}$$

(USC-SP) Um dos aparelhos mais apreciados em parques de diversão é o rotor. Com o rotor em repouso, algumas pessoas entram nele e se colocam de costas para a parede lateral, apoiadas no piso. Através de um motor, o sistema entra em acelerada rotação. A partir de certa velocidade, o piso é abaixado e as pessoas dentro do rotor perdem o apoio dos pés, mas não caem, porque estão fortemente comprimidas contra a parede lateral e o atrito é suficiente para impedir o deslizamento. Considerando que o coeficiente de atrito estático é igual a 0,25 e que a menor velocidade angular que o rotor deve ter é de 5,00 rad/s para que possa abaixar o piso, qual é a medida do raio do rotor? Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 1,6 m
- B) 1,0 m
- C) 1,2 m
- D) 1,8 m
- E) 2,0 m



$$N = F_C$$

$$F_{at} = P$$

$$\mu \cdot N = m \cdot g$$

$$\mu \cdot F_C = m \cdot g$$

$$\mu \cdot \cancel{N} \cdot \omega^2 \cdot R = \cancel{m} \cdot g$$

$$\mu \cdot \omega^2 \cdot R = g$$

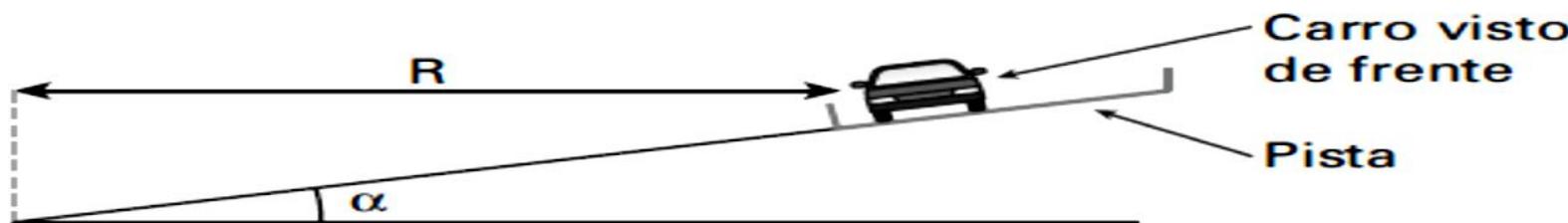
$$\frac{1}{4} \cdot 5^2 \cdot R = 10$$

$$25R = 40$$

$$R = \frac{40}{25}$$

$$R = 1,6 \text{ m}$$

(FGV-SP) Em um dia muito chuvoso, um automóvel, de massa  $m$ , trafega por um trecho horizontal e circular de raio  $R$ . Prevendo situações como essa, em que o atrito dos pneus com a pista praticamente desaparece, a pista é construída com uma sobre-elevação externa de um ângulo  $\alpha$ , como mostra a figura. A aceleração da gravidade no local é  $g$ .



A máxima velocidade que o automóvel, tido como ponto material, poderá desenvolver nesse trecho, considerando ausência total de atrito, sem derrapar, é dada por

- a)  $\sqrt{m \cdot g \cdot R \cdot \operatorname{tg} \alpha}$
- b)  $\sqrt{m \cdot g \cdot R \cdot \cos \alpha}$
- c)  $\sqrt{g \cdot R \cdot \operatorname{tg} \alpha}$
- d)  $\sqrt{g \cdot R \cdot \cos \alpha}$
- e)  $\sqrt{g \cdot R \cdot \operatorname{sen} \alpha}$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V^2}{R \cdot g}$$

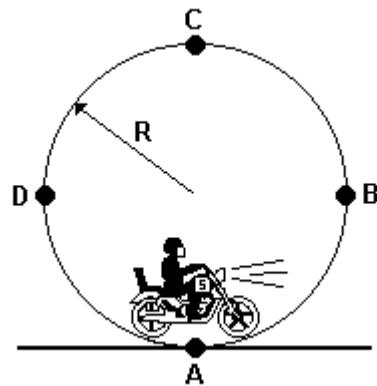
$$V^2 = R \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$V = \sqrt{R \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad \longleftrightarrow \quad V = \sqrt{g \cdot R \cdot \operatorname{tg} \alpha}$$

# Exercício

Uma atração muito popular nos circos é o "Globo da Morte", que consiste numa gaiola de forma esférica no interior da qual se movimenta uma pessoa pilotando uma motocicleta. Considere um globo de raio  $R = 3,6\text{m}$ .

Qual a velocidade mínima que a motocicleta deve ter no ponto C para não perder o contato com o interior do globo?



$$V_{\text{mínima}} = \sqrt{R \cdot g}$$

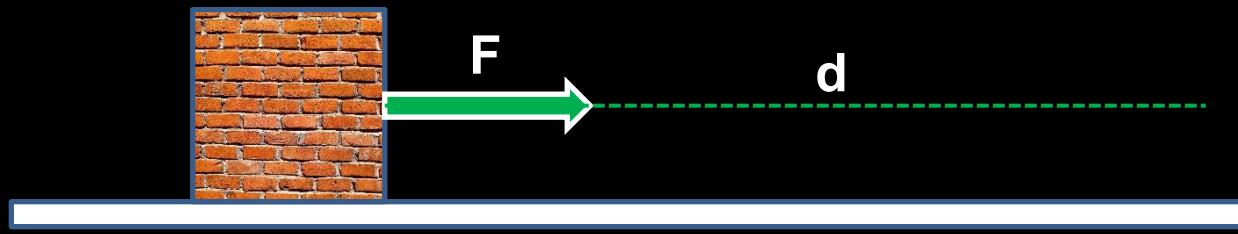
$$V_{\text{mínima}} = \sqrt{3,6 \cdot 10}$$

$$V_{\text{mínima}} = \sqrt{36}$$

$$V_{\text{mínima}} = 6\text{m/s}$$

# Trabalho mecânico ( $\tau$ )

É a energia necessária e suficiente para que uma força produza deslocamento.



$$\tau = F \cdot d$$

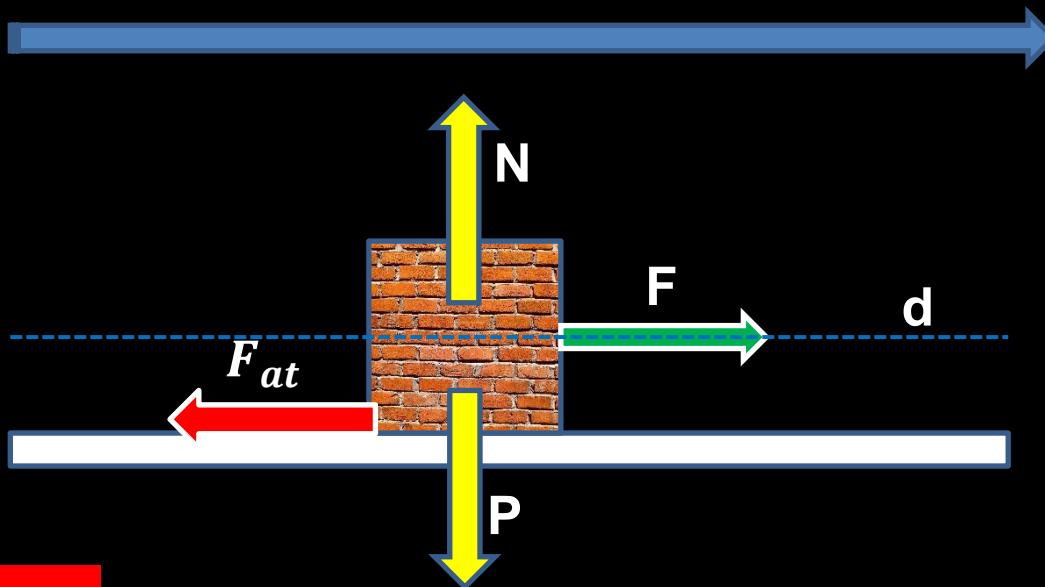
J N m

$F \rightarrow \text{Constante}$



$$\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

# Trabalho mecânico ( $\tau$ )



Importantes!!!

I. O trabalho mecânico realizado por  $F$  é Motor ( $\tau > 0$ )

II. O trabalho mecânico realizado por  $F_{at}$  é Resistente ( $\tau < 0$ ). O  $\tau F_{at}$  é sempre resistente.

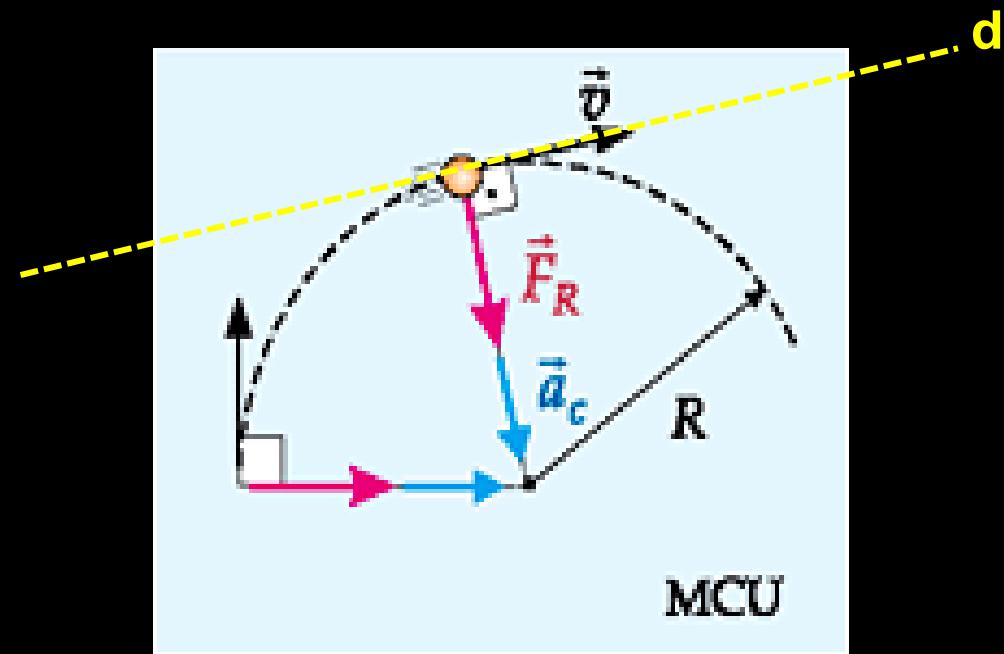
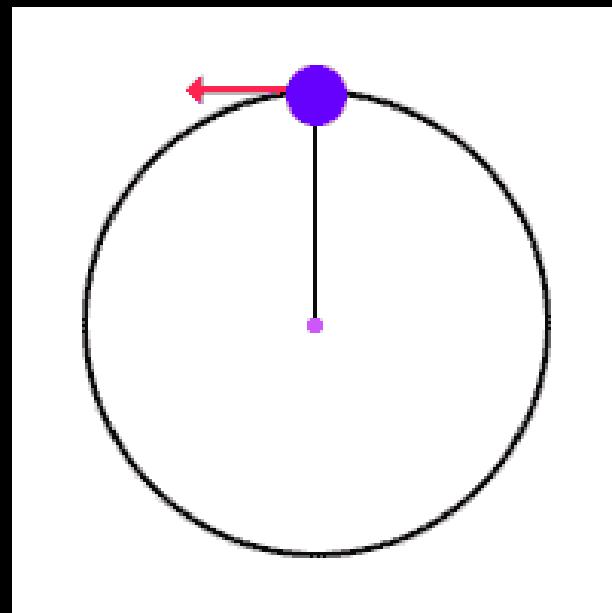
III. A Normal (N) e o Peso (P) não realizam trabalho porque são perpendiculares ao deslocamento (d).



Quando uma força  $F$  é perpendicular ao deslocamento, o trabalho é sempre nulo, pois  $\tau = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ \rightarrow \tau = F \cdot d \cdot 0 \rightarrow \tau = 0$

## Aplicação: Resultante Centrípeta

Nos movimentos curvilíneos/circulares, a força resultante centrípeta é perpendicular à velocidade e ao deslocamento, portanto a força centrípeta NÃO realiza trabalho.



# Aplicações do Trabalho mecânico ( $\tau$ ) para forças variáveis

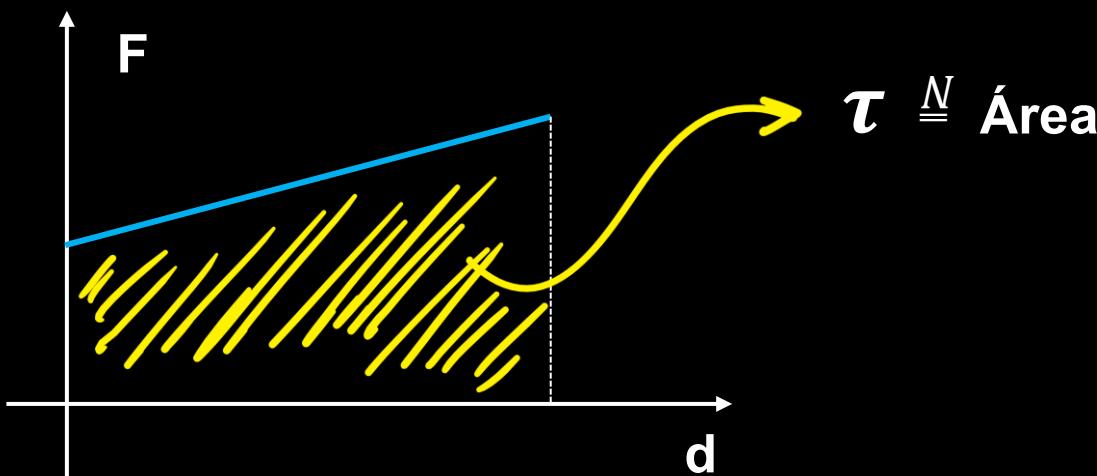
$$\tau = F \cdot d$$

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau = F \cdot d \\ \tau = F \cdot d \cdot \cos\theta \end{array} \right\} F \rightarrow \text{Constante}$$

Quando a força F é variável:

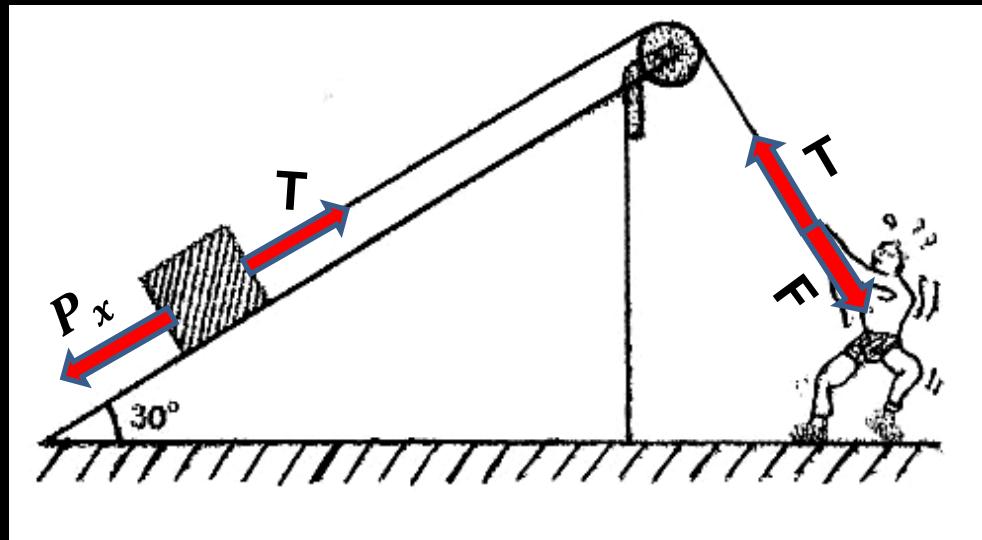
Gráfico F x d



# Sugestão de exercício



A figura representa um homem que puxa uma corda através de uma roldana, com força constante, arrastando, com deslocamento de 6,0m e velocidade constante, uma caixa de  $6,0 \times 10^2$  N de peso ao longo do plano inclinado que forma  $30^\circ$  com a horizontal. Considera-se que as forças de atrito e a resistência do ar são desprezíveis, que a corda e a roldana são ideais e que  $\text{Sen}30^\circ = \frac{1}{2}$  e  $\text{Cos}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Determine, em  $10^2\text{J}$ , o trabalho da força exercida pelo homem.



$$F = T \quad \begin{array}{c} \leftarrow \\ \downarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad T = P_x$$

$$F = P_x$$

$$\tau = F \cdot d$$

$$\tau = P_x \cdot d$$

$$\tau = P \cdot \text{sen}\theta \cdot d$$

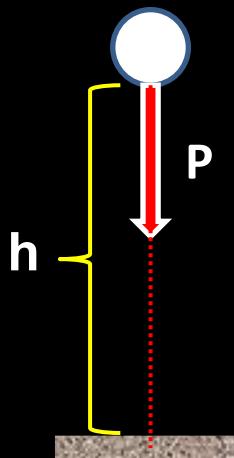
$$\tau = 6 \cdot 10^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6^3$$

$$\tau = 18 \cdot 10^2 \cdot J$$

# Trabalhos de caráter específico

Trabalho da força – peso ( $\tau_P$ ):

O peso é uma força de natureza constante.



$$\tau = F \cdot d$$

$$\tau_P = P \cdot h$$

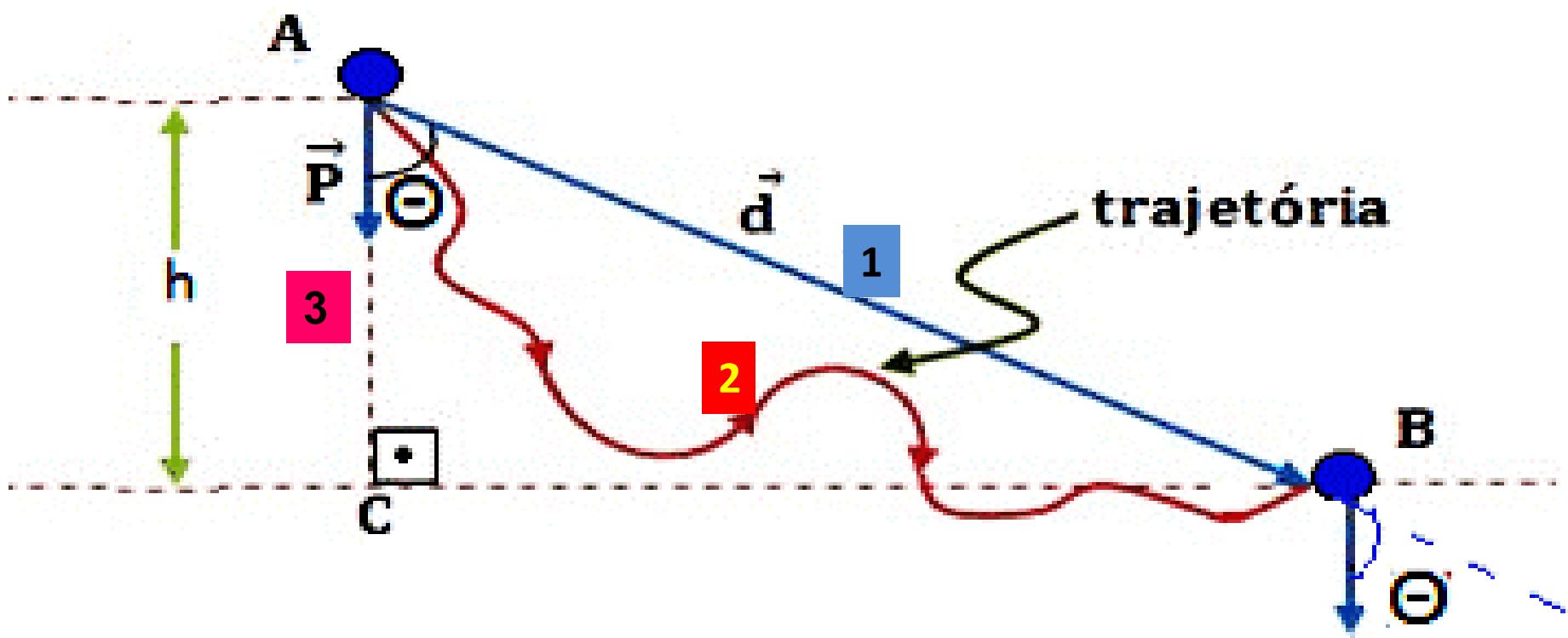
$$\tau_P = m \cdot g \cdot h$$

$\tau_P > 0 \rightarrow$  Descida ( $+g$ )  $\rightarrow$  Motor

$\tau_P < 0 \rightarrow$  Subida ( $-g$ )  $\rightarrow$  Resistente

O trabalho da força peso depende **exclusivamente** da altura.

# Importante!



$$\tau_{P(1)} = \tau_{P(2)} = \tau_{P(3)}$$

O trabalho da força peso *independe* da trajetória, mas apenas da altura relativa à base do referencial

# Aplicação efetiva da propriedade

$$m=2\text{kg}$$

$$h=80\text{m}$$

$$\tau_{PAB} = m \cdot g \cdot h$$

$$\tau_{PAB} = 2 \cdot 10 \cdot 80$$

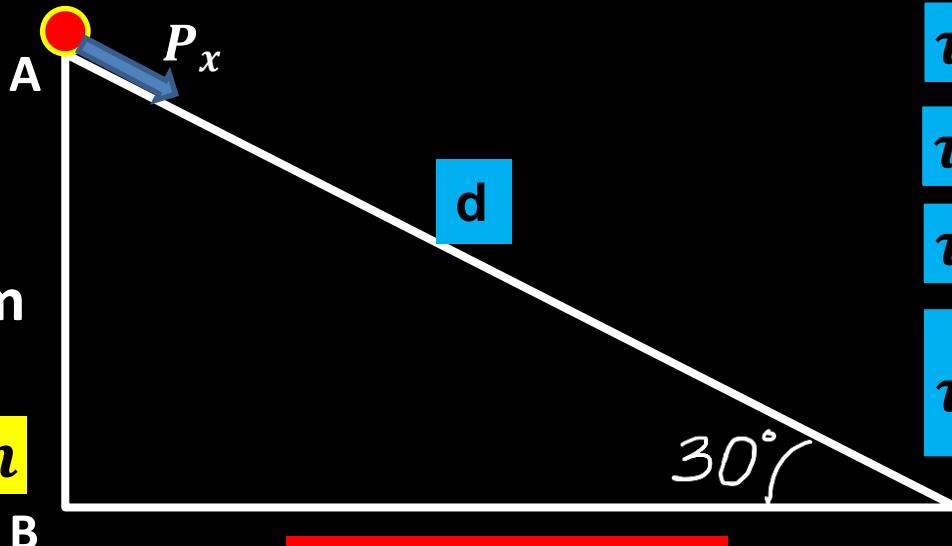
$$\tau_{PAB} = 1600\text{J}$$

Como poderia ser feito:

$$\tau_{PAC} = m \cdot g \cdot h$$

$$\tau_{PAC} = 2 \cdot 10 \cdot 80$$

$$\tau_{PAC} = 1600\text{J}$$



$$\text{Sen}\theta = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Sen}30^\circ = \frac{80}{d}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{80}{d}$$

$$d = 160\text{m}$$

$$\tau_{AC} = F \cdot d$$

$$\tau_{AC} = P_x \cdot d$$

$$\tau_{AC} = P \cdot \text{sen}\theta \cdot d$$

$$\tau_{AC} = m \cdot g \cdot \text{sen}\theta \cdot d$$

$$\tau_{AC} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 160$$

$$\tau_{AC} = 1600\text{J}$$

Aplicando a propriedade:

$$\tau_{P(AB)} = \tau_{P(AC)}$$

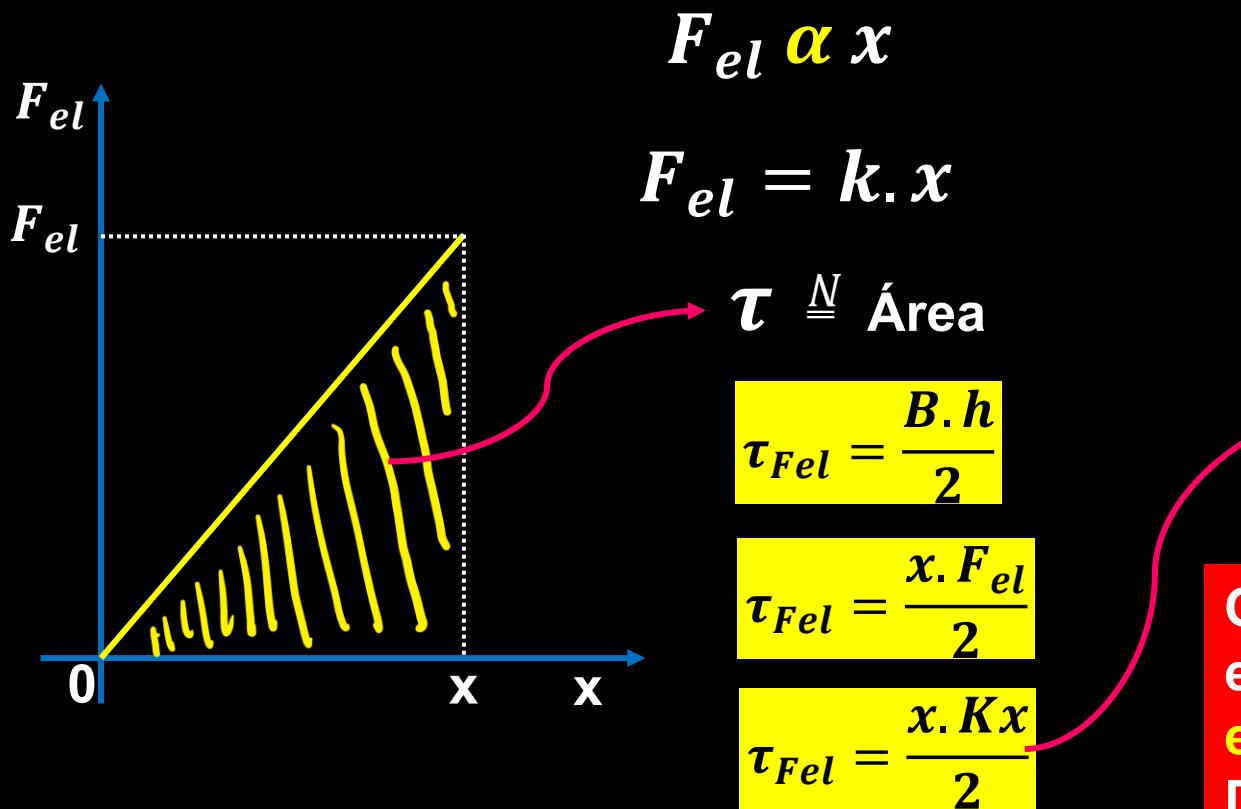
$$\tau_{P(AB)} = 1600\text{J}$$

$$\tau_{P(AC)} = 1600\text{J}$$

# Trabalhos de caráter específico

Trabalho da força elástica ( $\tau_{Fel}$ ):

A força elástica é uma força de natureza Variável.



$$\tau_{Fel} = \frac{Kx^2}{2}$$

O trabalho da força elástica depende exclusivamente da DEFORMAÇÃO (x).

# Potência mecânica

É a grandeza física que determina a capacidade de realizar trabalho em dado intervalo de tempo.

$$P_{ot} = \frac{\tau}{\Delta t}$$

Watt(w)

$$P_{ot} = \frac{F \cdot d}{\Delta t}$$

$$1\text{Kw} = 1000\text{w}$$

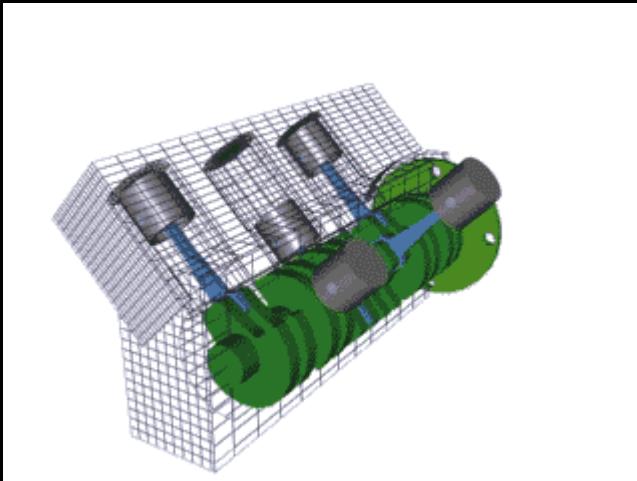


$$P_{ot} = F \cdot V_m$$

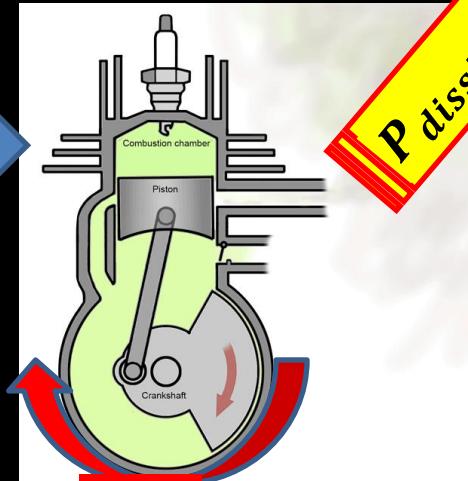
$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{w} & \text{N} & \text{m/s} \end{array}$$



# Sistemas mecânicos



$P_{Total}$



$P_{dissipada}$

$P_{Util}$

$$P_{Total} = P_{Util} + P_{dissipada}$$

RENDIMENTO ( $\eta$ )

$$P_T = P_U + P_d$$

$$\eta = \frac{P_U}{P_T}$$

w  
w

$P_{Total}$  = Potência recebida ou consumida

$P_{Util}$  = Potência desenvolvida ou utilizada

Adimensional (sem unidade)

$P_{dissipada}$  = Potência desperdiçada ou não utilizada

$\eta \rightarrow \%$

# Caderno de exercícios P.120 Cap.27

1

(PUC-RJ) Um elevador de 500kg deve subir uma carga de 2,5 toneladas a uma altura de 20 metros, em um tempo inferior a 25 segundos. Qual deve ser a potência média mínima do motor do elevador, em kW? (Dados:  $g = 10\text{m/s}^2$ )

- a) 20
- b) 16
- c) 24
- d) 38
- e) 15

$$m_{Elevador} = 500\text{kg}$$

$$m_{Carga} = 2500\text{kg}$$

$$m_{Total} = 3000\text{kg}$$

$$\Delta t = 25\text{s}$$

$$h = 20\text{m}$$

$$g = 10\text{m/s}^2$$

$$P_{ot} = \frac{\tau}{\Delta t}$$

$$P_{ot} = \frac{\tau_P}{\Delta t}$$

$$P_{ot} = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t}$$

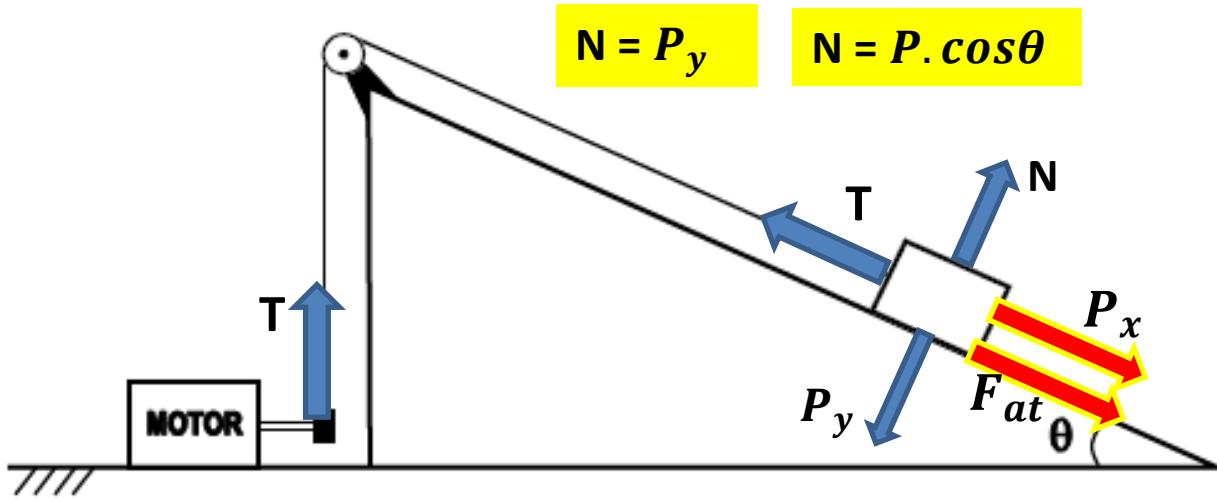
$$P_{ot} = \frac{120 \cdot 3000 \cdot 10 \cdot 20}{25}$$

$$P_{ot} = 120 \cdot 10 \cdot 20$$

$$P_{ot} = 24000\text{W}$$

$$P_{ot} = 24\text{Kw}$$

# Sugestão de exercício



$$P_{ot} = F \cdot V_m$$

$$P_U = T \cdot V_m$$

$$P_U = 420.5$$

$$P_U = 2100w$$

$$P_U = 2,1Kw$$

Um motor com rendimento de 70% puxa um bloco de 50,0kg, que desliza com velocidade constante de 5,0m/s sobre o plano inclinado representado na figura.

Desprezando-se a resistência do ar, admitindo-se as polias e o fio como sendo ideais, o módulo da aceleração da gravidade,  $g = 10,0\text{m/s}^2$ , o coeficiente de atrito dinâmico,  $\mu_d = 0,3$ , e sabendo-se que  $\cos\theta = 0,8$  e  $\sin\theta = 0,6$ , a potência total do motor, em kW, é igual a

a) 2,1

$$T = P_x + F_{at}$$

$$T = 300 + 120$$

$$\eta = \frac{P_U}{P_T}$$

$$P_T = 3\text{Kw}$$

b) 3,0

$$T = P \cdot \sin\theta + \mu \cdot N$$

$$T = 420N$$

$$0,7 = \frac{2,1}{P_T}$$

c) 4,5

$$T = P \cdot \sin\theta + \mu \cdot P \cdot \cos\theta$$

$$P_T = \frac{2,1}{0,7}$$

d) 5,1

$$T = m \cdot g \cdot \sin\theta + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta$$

$$T = 50 \cdot 10 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 0,8$$

# Energia mecânica e sua conservação

1. **Energia cinética ( $E_C$ )** → É a energia desenvolvida em função da *velocidade*.



$$E_C = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

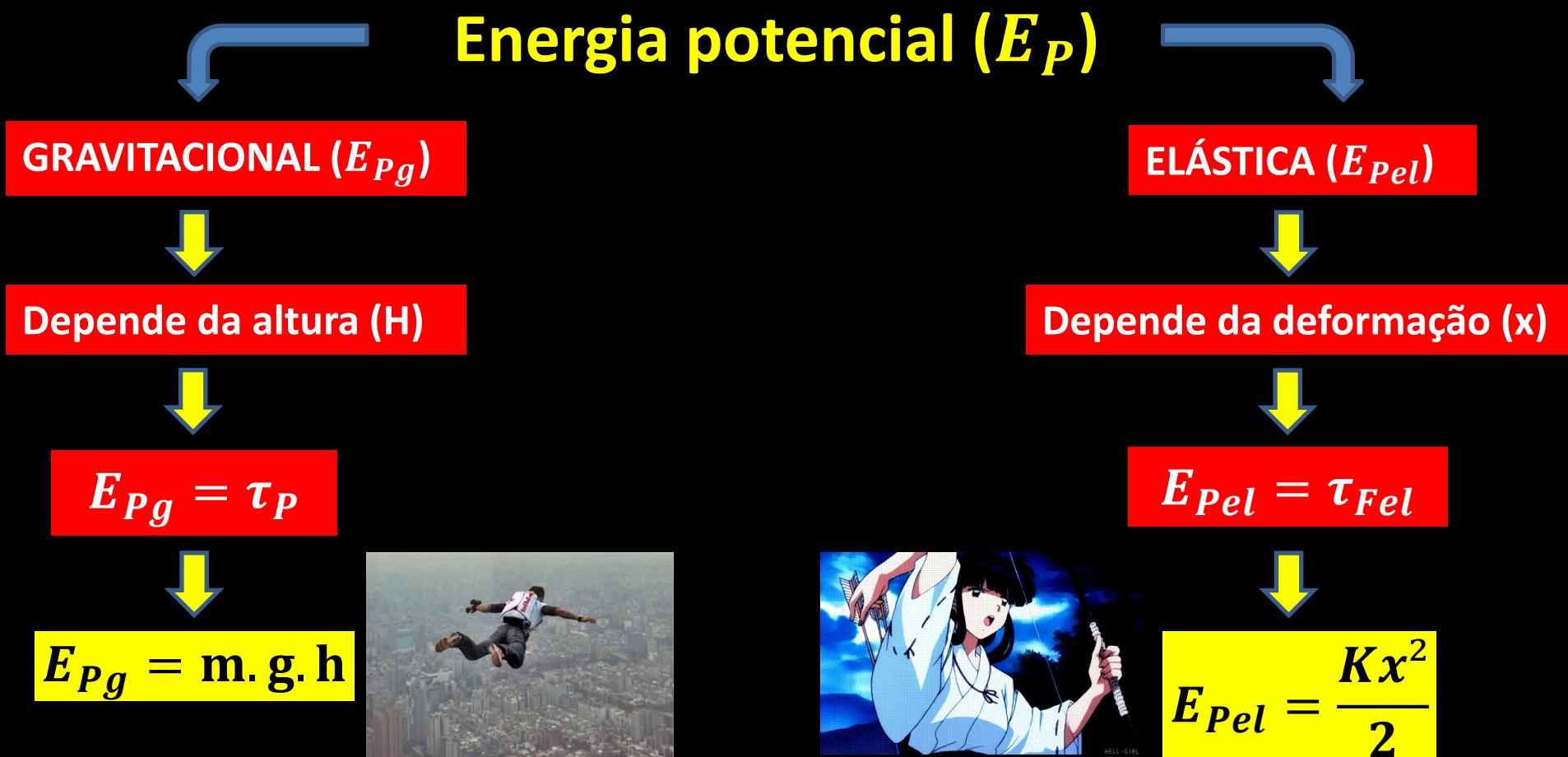
Diagram illustrating the units of the formula for kinetic energy:

- $m$  (mass) is indicated with an arrow pointing to  $\text{Kg}$ .
- $v$  (velocity) is indicated with an arrow pointing to  $\text{m/s}$ .
- $E_C$  (kinetic energy) is indicated with an arrow pointing to  $\text{J}$ .

Assim como a velocidade, a energia cinética depende de um referencial.

# Energia mecânica e sua conservação

2. **Energia potencial ( $E_P$ )** → É a energia armazenada em um sistema físico, de qualquer natureza, para a realização de trabalho.



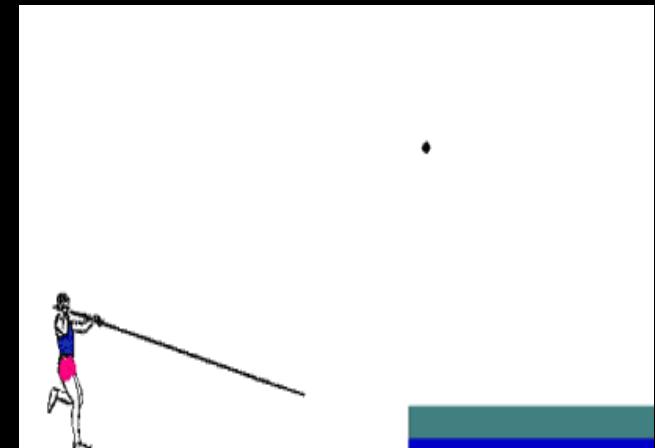
# Energia mecânica e sua conservação

3. **Energia mecânica ( $E_M$ )** → É a soma de todas as energias que existem em um sistema físico ou composição mecânica.

$$E_M = E_C + E_P$$

↓      ↓      ↓

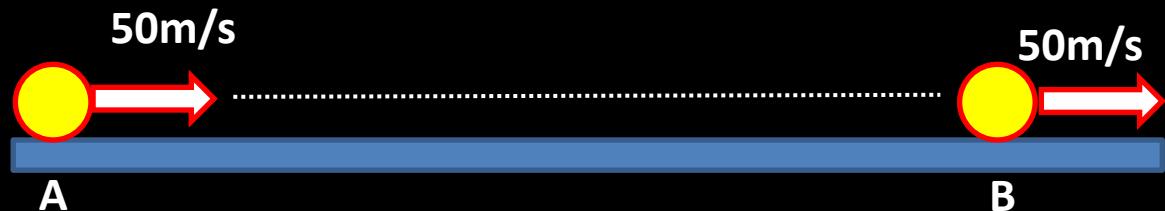
J      J      J



# Energia mecânica e sua conservação

**Sistemas conservativos** → São aqueles em que a energia mecânica se mantém constante no sistema físico.

A característica fundamental desse sistema se deve a ausência de atritos e, consequentemente, a ausência de som e calor.



$$EM_{antes} = EM_{depois}$$

# Energia mecânica e sua conservação

**Sistemas dissipativos** → São aqueles em que há perdas de energia em função da existência de atritos superficiais ou no meio. Geralmente, a energia é dissipada sob a forma de som e/ou calor.



$$EM_{antes} \neq EM_{depois}$$

$$EM_{Dissipada} = EM_{antes} - EM_{depois}$$

$\tau_{Fat}$

# Teorema da energia cinética

Relação entre Trabalho ( $\tau$ ) e velocidade ( $V$ ):

$$\tau = F \cdot d$$

$$\tau = m \cdot a \cdot d$$

$$\tau = m \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot V_m \cdot \cancel{\Delta t}$$

$$\tau = m \cdot \Delta V \cdot V_m \cdot$$

$$\tau = m \cdot (V - V_0) \cdot \left( \frac{V + V_0}{2} \right)$$

$$\tau = m \cdot \frac{(V^2 - V_0^2)}{2}$$

$$\tau = \frac{m \cdot V^2}{2} - \frac{m \cdot V_0^2}{2}$$

$$\tau = E_c - E_{c0}$$

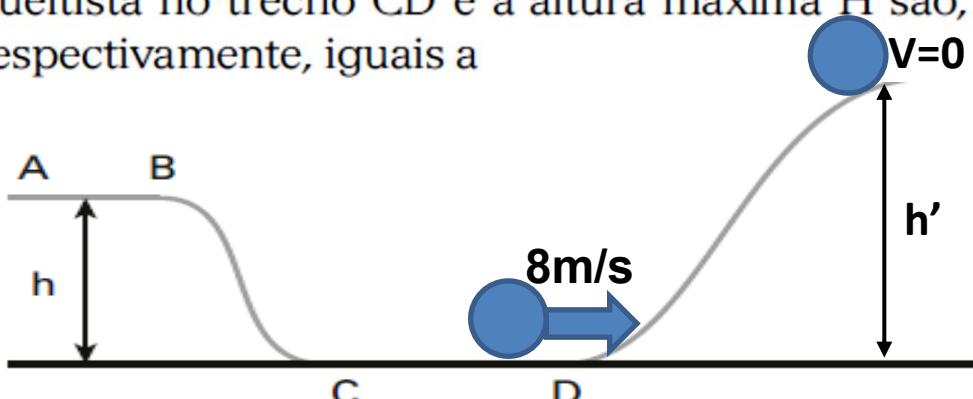
$$\tau = \Delta E_c$$

O trabalho realizado por um corpo em um sistema físico corresponde à variação de sua energia cinética.

$$\tau = \frac{m \cdot V^2}{2} - \frac{m \cdot V_0^2}{2}$$

# Exercício

- 2) (FUVEST) Um esqueitista treina em uma pista cujo perfil está representado na figura abaixo. O trecho horizontal AB está a uma altura  $h = 2,4\text{ m}$  em relação ao trecho, também horizontal, CD. O esqueitista percorre a pista no sentido de A para D. No trecho AB, ele está com velocidade constante, de módulo  $v = 4\text{ m/s}$ ; em seguida, desce a rampa BC, percorre o trecho CD, o mais baixo da pista, e sobe a outra rampa até atingir uma altura máxima  $H$ , em relação a CD. A velocidade do esqueitista no trecho CD e a altura máxima  $H$  são, respectivamente, iguais a



Note e adote

$$g = 10\text{ m/s}^2$$

Desconsiderar:

- Efeitos dissipativos.
- Movimentos do esqueitista em relação ao esqueite.

- a) 5 m/s e 2,4 m.  
 b) 7 m/s e 2,4 m.  
 c) 7 m/s e 3,2 m.  
 d) 8 m/s e 2,4 m.  
 e) 8 m/s e 3,2 m.

De D a Hmáx:

$$EM_{\text{antes}} = EM_{\text{depois}}$$

~~$$E_C + E_P = E'_C + E'_P$$~~

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{v^2}{2} = g \cdot h$$

$$\frac{8^2}{2} = 10 \cdot h$$

$$10 \cdot h = 32$$

$$h = \frac{32}{10}$$

$$h = 3,2\text{ m}$$

$$EM_{\text{antes}} = EM_{\text{depois}}$$

~~$$E_C + E_P = E'_C + E'_P$$~~

$$E_C + E_P = E'_C$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v'^2}{2}$$

$$\frac{4^2}{2} + 10 \cdot 2,4 = \frac{v'^2}{2}$$

$$8 + 24 = \frac{v'^2}{2}$$

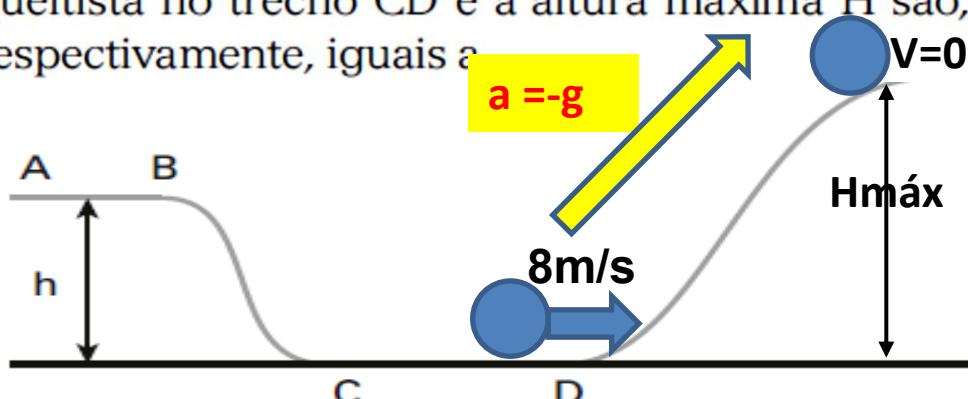
$$v'^2 = 64$$

$$v' = \sqrt{64}$$

$$v' = 8\text{ m/s}$$

# Exercício

2 (FUVEST) Um esqueitista treina em uma pista cujo perfil está representado na figura abaixo. O trecho horizontal AB está a uma altura  $h = 2,4\text{ m}$  em relação ao trecho, também horizontal, CD. O esqueitista percorre a pista no sentido de A para D. No trecho AB, ele está com velocidade constante, de módulo  $v = 4\text{ m/s}$ ; em seguida, desce a rampa BC, percorre o trecho CD, o mais baixo da pista, e sobe a outra rampa até atingir uma altura máxima  $H$ , em relação a CD. A velocidade do esqueitista no trecho CD e a altura máxima  $H$  são, respectivamente, iguais a



Note e adote  
 $g = 10\text{ m/s}^2$

Desconsiderar:

- Efeitos dissipativos.
- Movimentos do esqueitista em relação ao esqueite.

- a) 5 m/s e 2,4 m.
- b) 7 m/s e 2,4 m.
- c) 7 m/s e 3,2 m.
- d) 8 m/s e 2,4 m.
- 8 m/s e 3,2 m.

Quando o sistema for conservativo:

$$\Delta s = h \text{ e } a = g$$

De AB para CD:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

$$V^2 = 4^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2,4$$

$$V^2 = 16 + 48$$

$$V^2 = 64$$

$$V = \sqrt{64}$$

$$V = 8\text{ m/s}$$

De D a Hmáx:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$V^2 = V_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$$

$$0^2 = 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot h$$

$$20h = 64$$

$$h = \frac{64}{20}$$

$$h = 3,2\text{ m}$$

# Exercício

- 10) (UFPB) Em uma partida de Curling, uma jogadora arremessa uma pedra circular de 18 kg (ver figura abaixo), que desliza sobre o gelo e para a 30 m da arremessadora. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre a pedra e o gelo é de 0,015, é correto afirmar que a pedra foi lançada com velocidade de:



- a) 2 m/s
- b) 3 m/s
- c) 4 m/s
- d) 5 m/s
- e) 6 m/s

$$EM_{Dissipada} = EM_{antes} - EM_{depois}$$

$$\tau_{Fat} = (E_C + E_P) - (E_C' + E_P')$$

$$\tau_{Fat} = E_C$$

$$Fat \cdot d = E_C$$

$$\mu \cdot N \cdot d = E_C$$

$$\mu \cdot P \cdot d = E_C$$

$$\mu \cdot m \cdot g \cdot d = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$\mu \cdot g \cdot d = \frac{v^2}{2}$$

$$0,015 \cdot 10 \cdot 30 = \frac{v^2}{2}$$

$$4,5 = \frac{v^2}{2}$$

$$v^2 = 9$$

$$v = \sqrt{9}$$



$$v = 3 \text{ m/s}$$

# Exercício

- 10) (UFPB) Em uma partida de Curling, uma jogadora arremessa uma pedra circular de 18 kg (ver figura abaixo), que desliza sobre o gelo e para a 30 m da arremessadora. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre a pedra e o gelo é de 0,015, é correto afirmar que a pedra foi lançada com velocidade de:



- a) 2 m/s
- b) 3 m/s
- c) 4 m/s
- d) 5 m/s
- e) 6 m/s

$$\tau = \frac{m \cdot V^2}{2} - \frac{m \cdot V_0^2}{2}$$

$$-\tau_{Fat} = -\frac{m \cdot V_0^2}{2}$$

$$Fat \cdot d = \frac{m \cdot V_0^2}{2}$$

$$\mu \cdot N \cdot d = \frac{m \cdot V_0^2}{2}$$

$$\mu \cdot \cancel{N} \cdot g \cdot d = \frac{\cancel{m} \cdot V_0^2}{2}$$

$$\mu \cdot g \cdot d = \frac{v_0^2}{2}$$

$$0,015 \cdot 10 \cdot 30 = \frac{v_0^2}{2}$$

$$4,5 = \frac{v_0^2}{2}$$

$$v_0^2 = 9$$

$$v_0 = \sqrt{9}$$

$$v_0 = 3 \text{ m/s}$$