

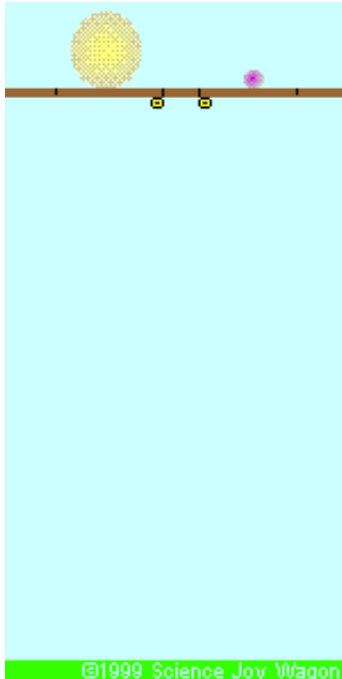
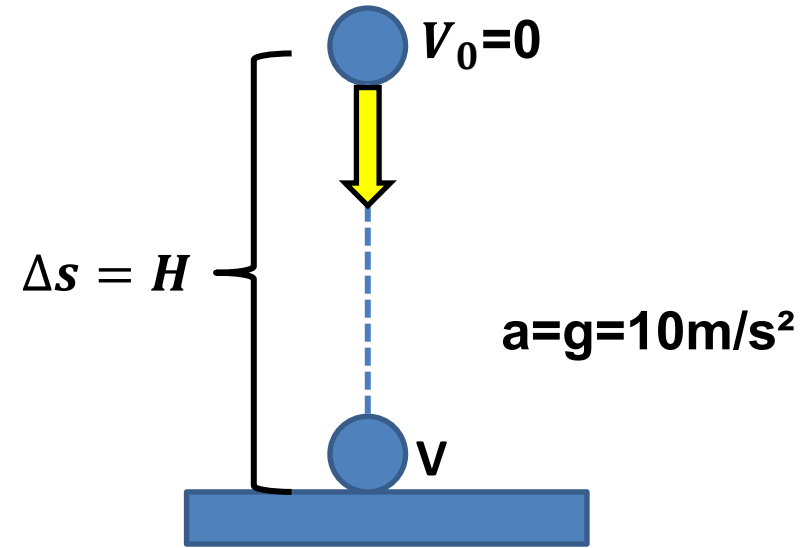
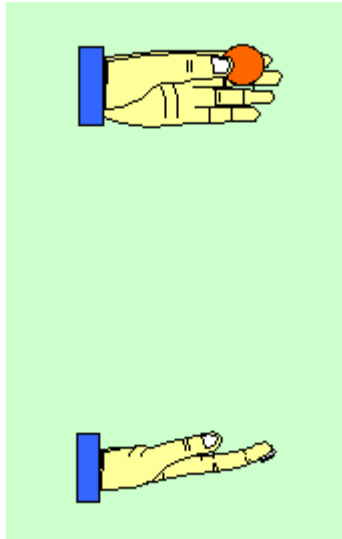
MOVIMENTOS NO VÁCUO

Física

Prof. Antonio Marcos



1. QUEDA LIVRE



$$V = \cancel{V_0} + a \cdot t$$

$$V = g \cdot t$$

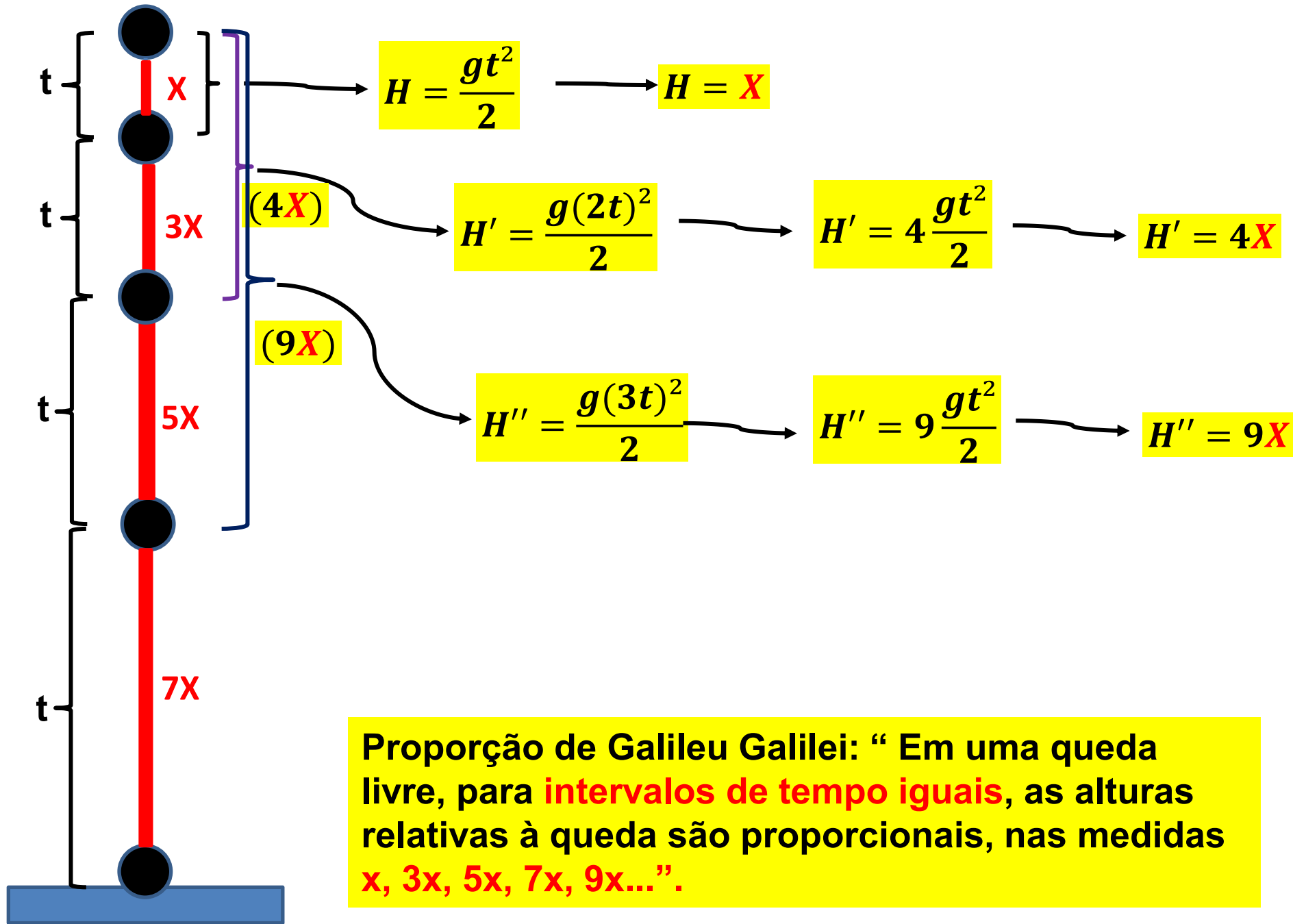
$$V^2 = \cancel{V_0^2} + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$V^2 = 2 \cdot g \cdot H$$

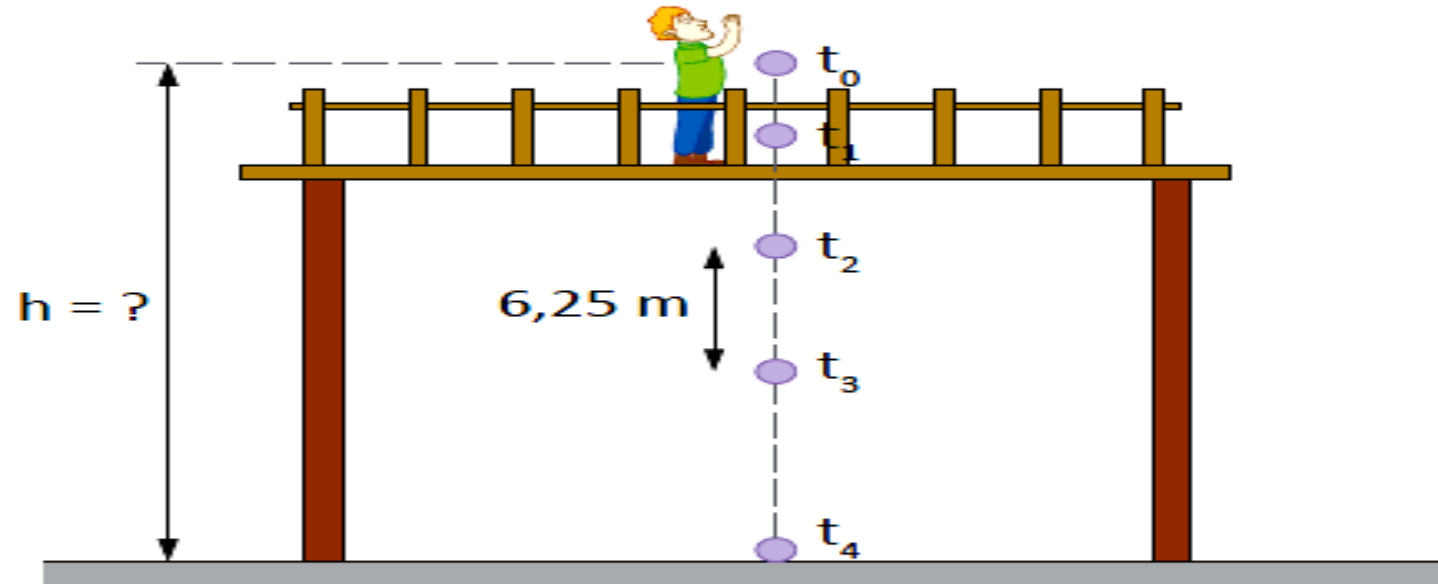
$$\Delta S = \cancel{V_0 \cdot t} + \frac{at^2}{2}$$

$$H = \frac{gt^2}{2}$$

PROPORÇÃO DE GALILEU GALILEI



APLICAÇÃO (Vunesp) Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente, e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4 , um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0 , t_1 , t_2 , t_3 e t_4 . Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, pode-se afirmar que a distância h , em metros, é igual a:

A) 25

B) 28

C) 22

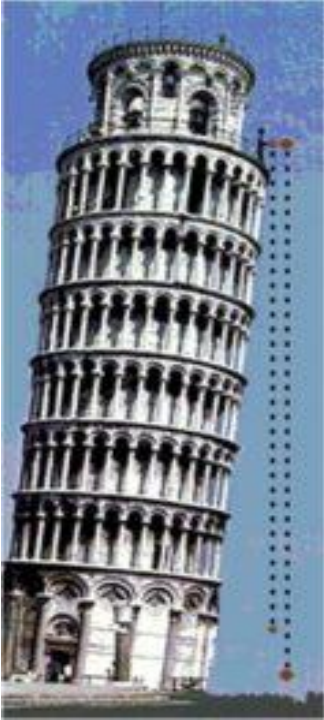
D) 30

20

Aplicação

Uma bola é abandonada do alto da Torre de Pisa por Galileu Galilei a uma altura correspondente a 60m. Sabendo que $g=10\text{m/s}^2$, a velocidade do som no ar, no local corresponde a 300m/s e que a resistência do ar é desprezível, determine o tempo decorrido entre o momento em que a bola é abandonada e o retorno do som aos ouvidos de Galileu após colidir com o solo. Admita: $\sqrt{3} \cong 1,7$

- a) 2,8s
- b) 3,2s
- c) 3,4s
- d) 3,6s
- e) 4,2s



E1. (UPF-RS)

Sobre um rio, há uma ponte de 20 metros de altura de onde um pescador deixa cair um anzol ligado a um peso de chumbo. Esse anzol, que cai a partir do repouso e em linha reta, atinge uma lancha que se deslocava com velocidade constante de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ por esse rio. Nessas condições, desprezando a resistência do ar e admitindo que a aceleração gravitacional seja $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, pode-se afirmar que no exato momento do início da queda do anzol a lancha estava a uma distância do vertical da queda, em metros, de:

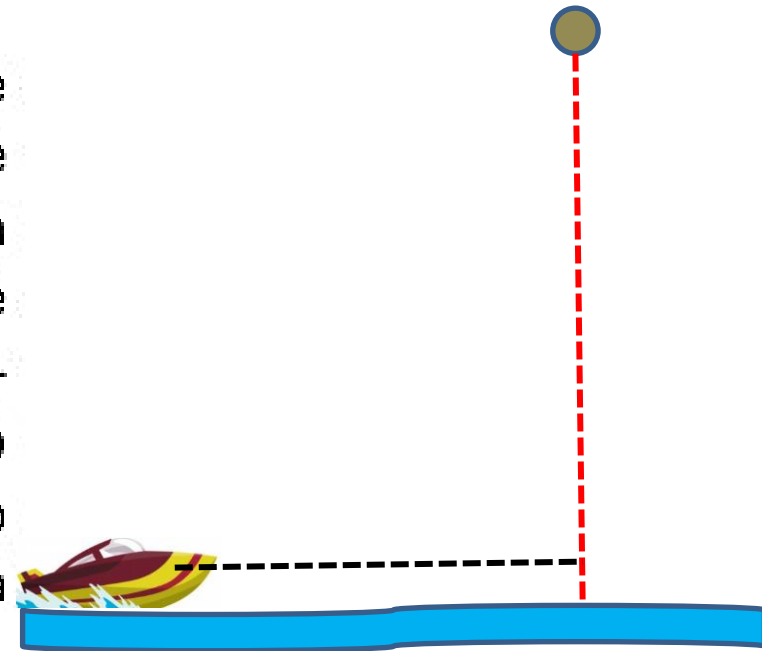
(a) 80.

(b) 40.

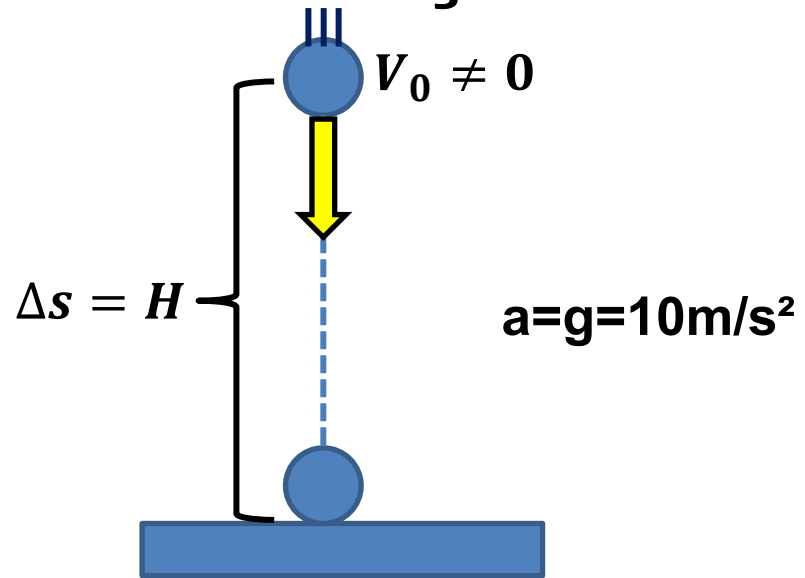
(c) 60.

(d) 100.

(e) 20.



2. Lançamento Vertical para baixo



$$V = V_0 + a \cdot t$$

$$V = V_0 + g \cdot t$$

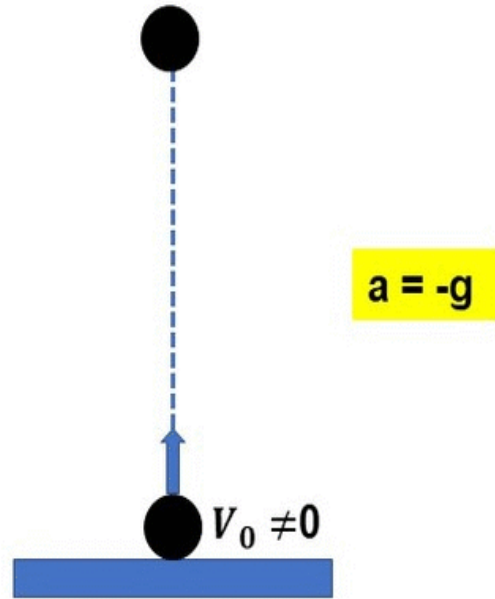
$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot g \cdot H$$

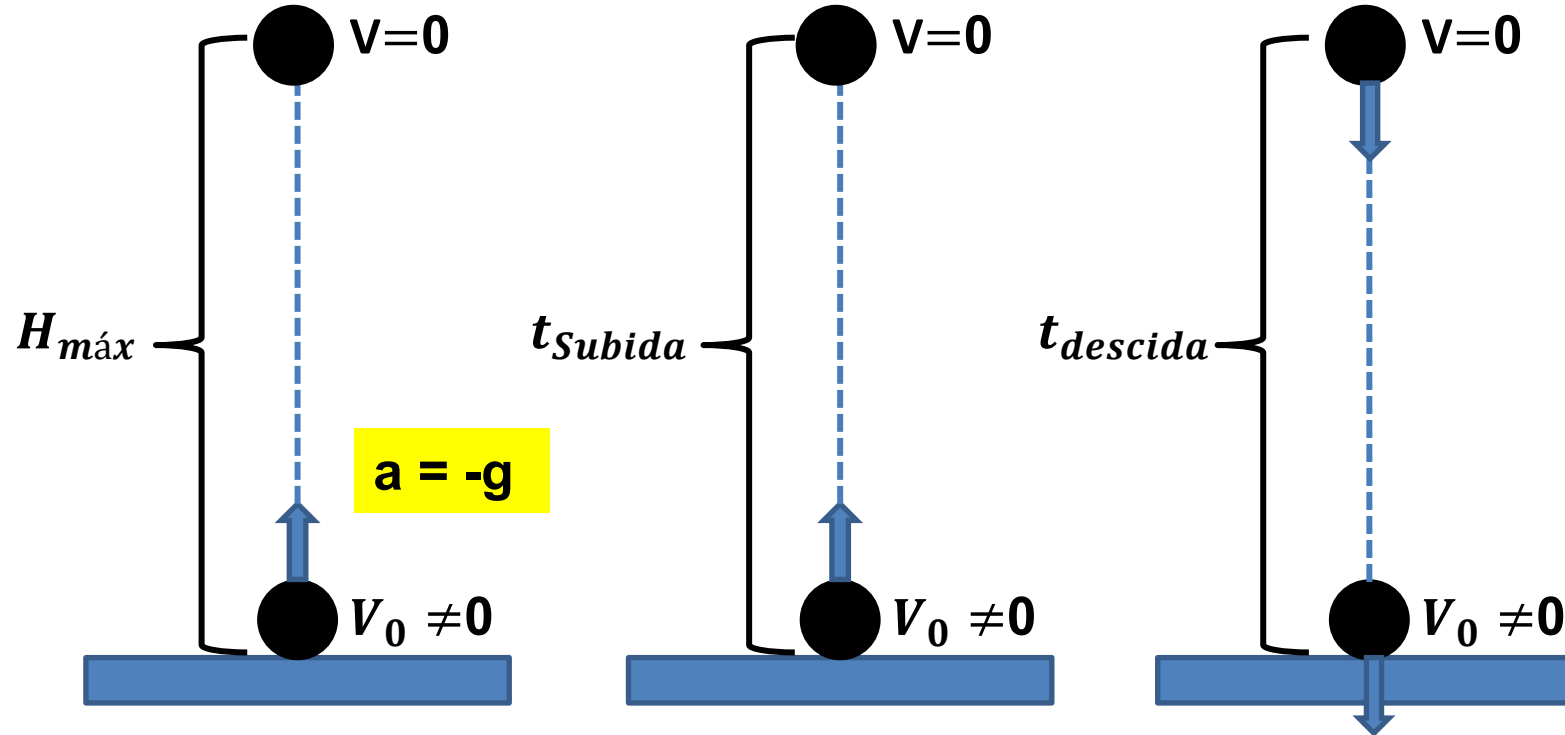
$$\Delta S = V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$H = V_0 \cdot t + \frac{gt^2}{2}$$

3. Lançamento Vertical para cima



3. Lançamento Vertical para cima



$$t_{\text{Subida}} = t_{\text{descida}}$$

$$t_{\text{Total}} = t_{\text{Subida}} + t_{\text{descida}}$$

$$t_{\text{Total}} = 2 \cdot t_{\text{Subida}}$$

Tempo de subida:

$$V = V_0 - g \cdot t$$

$$0 = V_0 - g \cdot t$$

$$g \cdot t = V_0$$

$$t_{\text{Subida}} = \frac{V_0}{g}$$

Altura máxima:

$$V^2 = V_0^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

$$0^2 = V_0^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

$$2 \cdot g \cdot H = V_0^2$$

$$H_{\text{Máx}} = \frac{V_0^2}{2g}$$

Altura em um intervalo qualquer:

$$H' = V_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

APLICAÇÃO

Um corpo lançado nas proximidades do solo recebe influência da gravidade da Terra e da força de resistência do ar. Se a força de resistência do ar for eliminada, o movimento ocorrerá sob a influência exclusiva da gravidade. Considere um corpo sendo lançado verticalmente para cima com velocidade de 4m/s , a partir do solo.

Com base nessas informações, é correto afirmar:

- a) A velocidade do corpo na altura máxima é 1m/s .
- b) O corpo retornará ao solo após $1,6\text{s}$ do lançamento.
- c) No ponto mais alto da trajetória, a aceleração do corpo é nula.
- d) A altura máxima atingida pelo corpo é de $0,8\text{m}$, em relação ao solo.
- e) Ao passar pela altura de $0,6\text{m}$, o corpo tem uma velocidade de módulo igual a 3m/s .

APLICAÇÃO

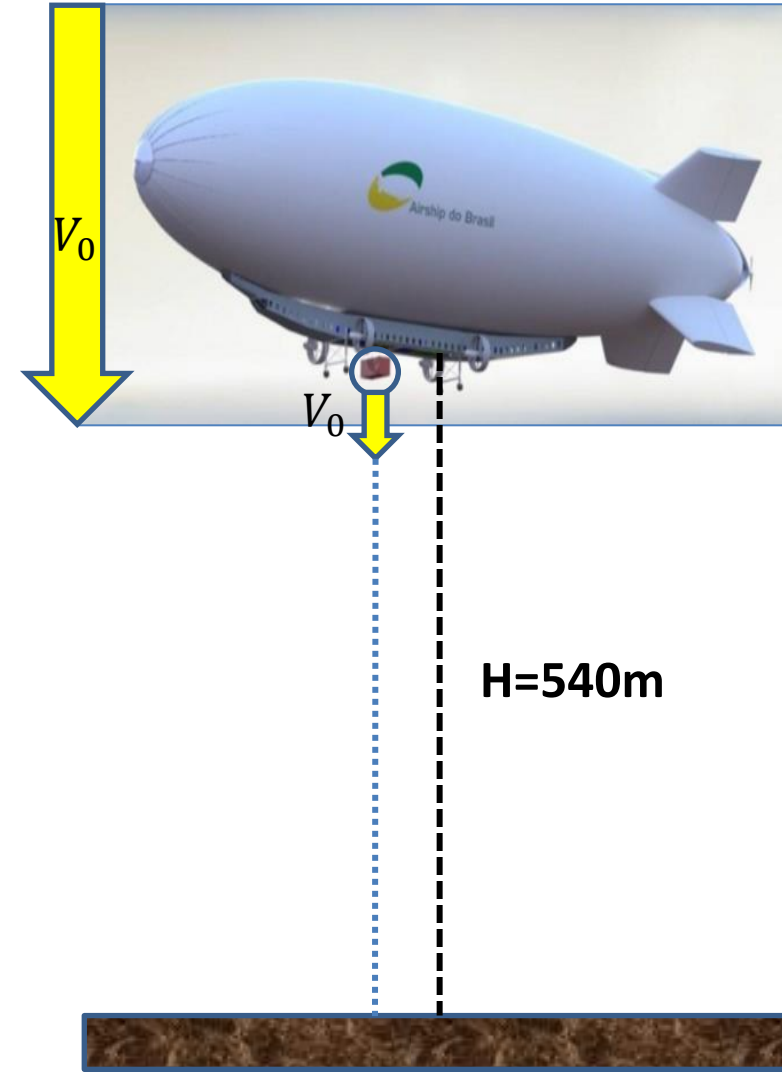
Uma pequena esfera é lançada, a partir do solo, verticalmente para cima, com velocidade de $10,0\text{m/s}$. Considerando-se o módulo da aceleração da gravidade local igual a $10,0\text{m/s}^2$ e desprezando-se os efeitos da resistência do ar, é correto afirmar:

- a) A esfera está descendo no instante $0,9\text{s}$ após o lançamento.
 - b) A altura máxima alcançada pela esfera é igual a $10,0$ metros.
 - c) O movimento de subida da esfera é uniformemente acelerado.
 - d) A velocidade da esfera, dois segundos após o lançamento, é igual a zero.
- A esfera encontra-se a uma altura de $3,75\text{m}$ do solo no instante $1,5\text{s}$ após o lançamento.

Aplicação

Um balão dirigível desce verticalmente em movimento. Determine sua velocidade sabendo que no momento em que o altímetro assinala 540m, dele cai um objeto que demora 10seg para atingir o solo (considere $g = 10\text{m/s}^2$).

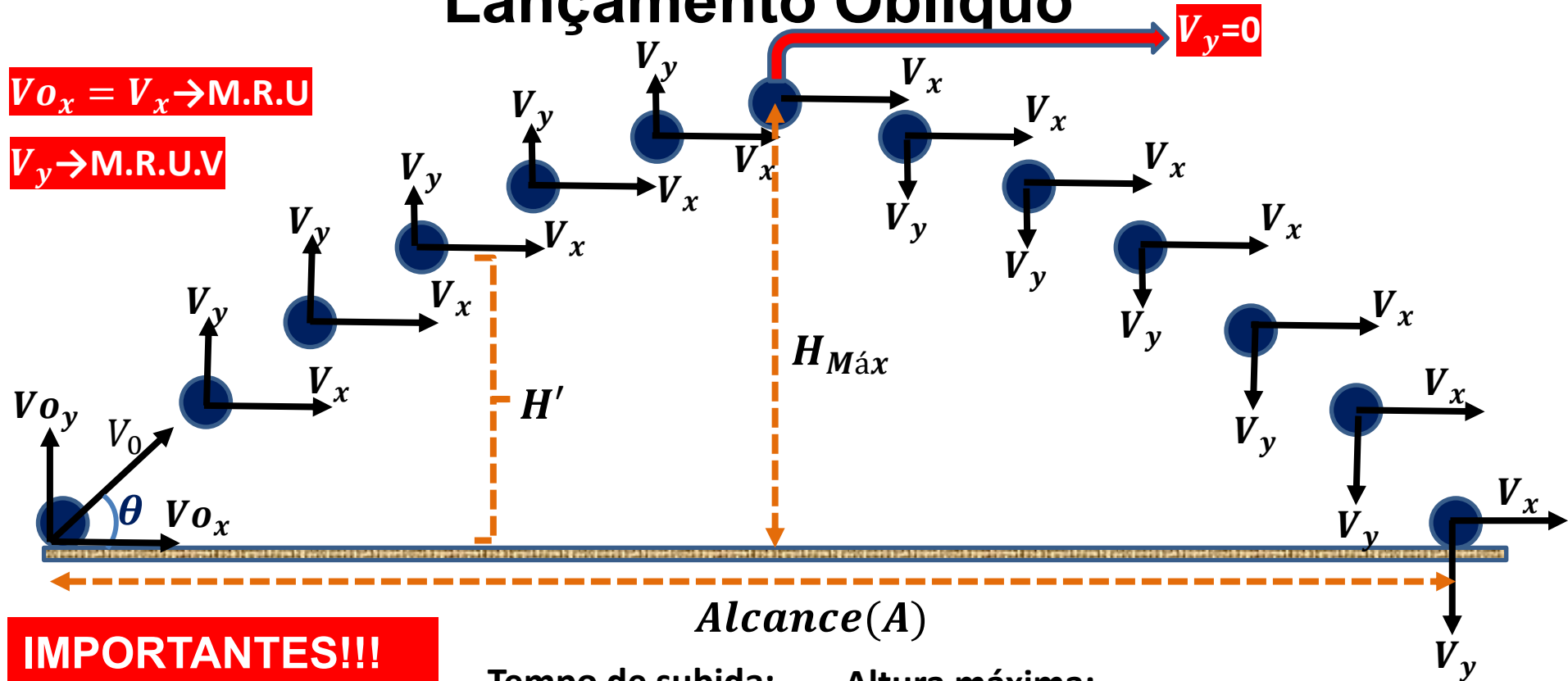
- a) 2m/s
- b) 3m/s
- c) 4m/s
- d) 5m/s
- e) 8m/s



Lançamento Oblíquo

$V_{0x} = V_x \rightarrow \text{M.R.U.}$

$V_y \rightarrow \text{M.R.U.V.}$



IMPORTANTES!!!

$V_{0x} = V_0 \cdot \cos\theta$

$V_{0y} = V_0 \cdot \sin\theta$

$a = -g$

$t_{Subida} = t_{descida}$

$t_{Total} = t_{Subida} + t_{descida}$

$t_{Total} = 2 \cdot t_{Subida}$

Tempo de subida:

$V_y = V_{0y} - g \cdot t$

$0 = V_{0y} - g \cdot t$

$g \cdot t = V_{0y}$

$t_{Subida} = \frac{V_{0y}}{g}$

Altura máxima:

$V_y^2 = V_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H$

$0^2 = V_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H$

$2 \cdot g \cdot H = V_{0y}^2$

$H_{M\acute{a}x} = \frac{V_{0y}^2}{2g}$

Altura em um intervalo qualquer:

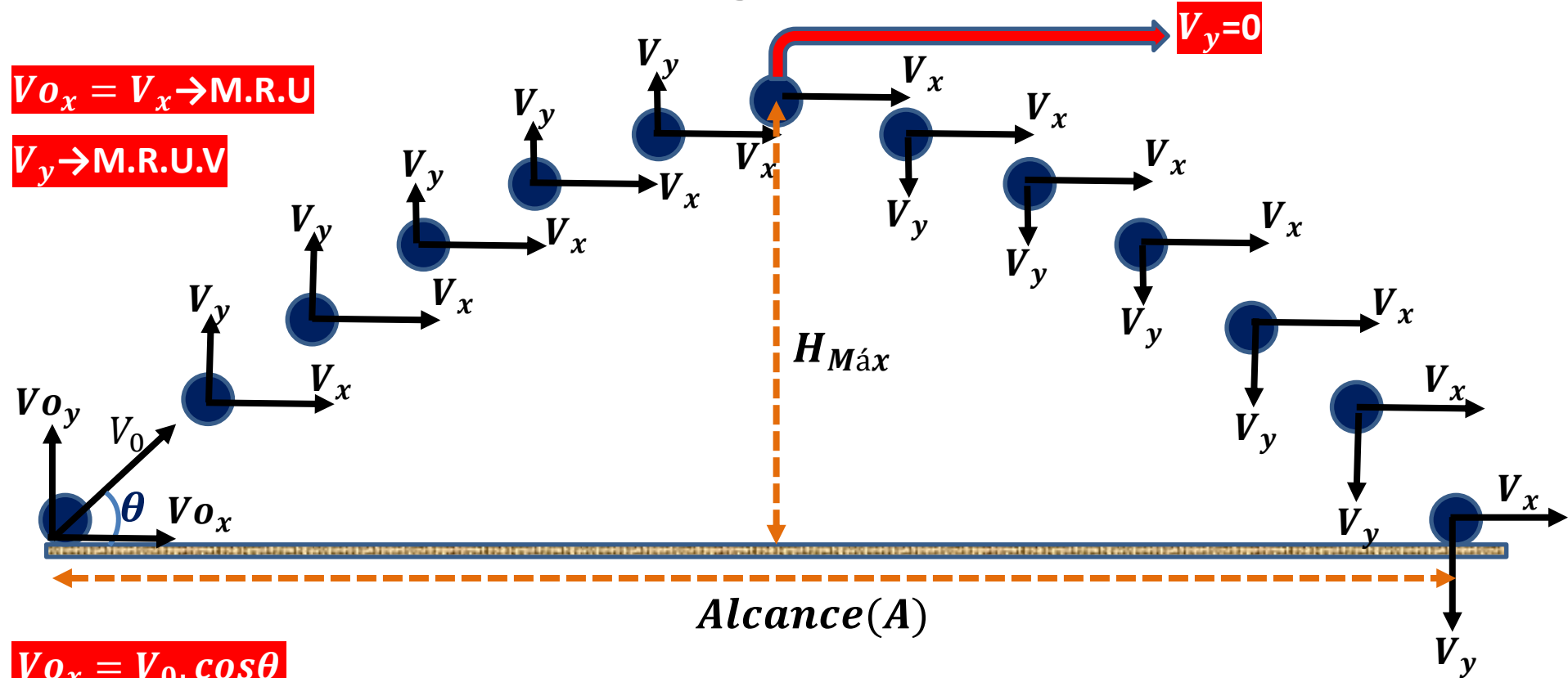
$H' = V_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

Alcance:

$\Delta S = V \cdot \Delta t$

$A = V_{0x} \cdot t_{Total}$

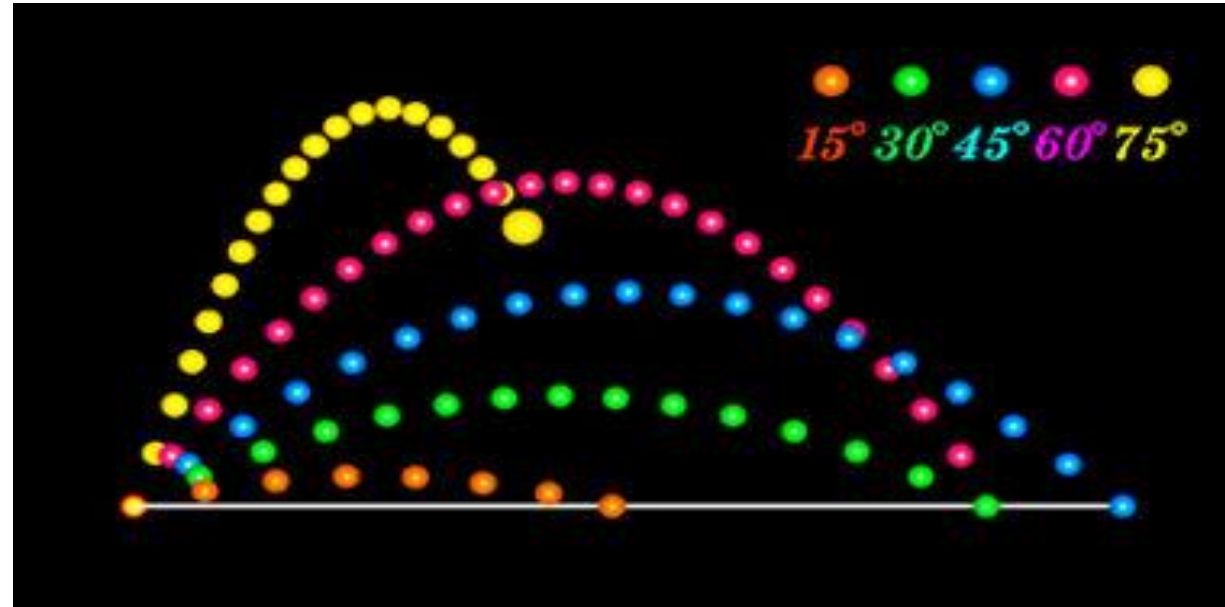
Análise do Lançamento Oblíquo



1. No ponto de altura máxima, a velocidade do corpo é mínima e igual a V_x . ($V_y=0$)

2. Nos pontos simétricos (pontos opostos na mesma altura) a velocidade é a mesma, em módulo.

Análise do Lançamento Oblíquo



3. Ângulos complementares produzem alcances iguais.

4. Quando o ângulo de lançamento é de 45° , o alcance é máximo e corresponde a quatro vezes a altura máxima.

$$\theta = 45^\circ$$



$$A_{m\acute{a}x} = 4 \cdot H_{m\acute{a}x}$$

Análise do Lançamento Oblíquo

4. Quando o ângulo de lançamento é de 45° , o alcance é máximo e corresponde a quatro vezes a altura máxima.

$$\theta = 45^\circ$$



$$A_{m\acute{a}x} = 4 \cdot H_{m\acute{a}x}$$

$$A = V_{0x} \cdot t_{Total}$$

$$A = V_0 \cdot \cos\theta \cdot t_{Total}$$

$$A = V_0 \cdot \cos\theta \cdot 2 \cdot t_{Subida}$$

$$A = V_0 \cdot \cos\theta \cdot 2 \cdot \frac{V_{0y}}{g}$$

$$A = V_0 \cdot \cos\theta \cdot 2 \cdot \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

$$A = V_0 \cdot \cos 45^\circ \cdot 2 \cdot \frac{V_0 \cdot \text{sen} 45^\circ}{g}$$

$$A = V_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \cdot \frac{V_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{g}$$

$$A = \frac{V_0^2}{g} \cdot \frac{\sqrt{4}}{2}$$

$$A = \frac{V_0^2}{g} \Rightarrow V_0^2 = A \cdot g$$

$$H_{M\acute{a}x} = \frac{V_{0y}^2}{2g}$$

$$H_{M\acute{a}x} = \frac{(V_0 \cdot \text{sen} 45^\circ)^2}{2g}$$

$$H_{M\acute{a}x} = \frac{V_0^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2g}$$

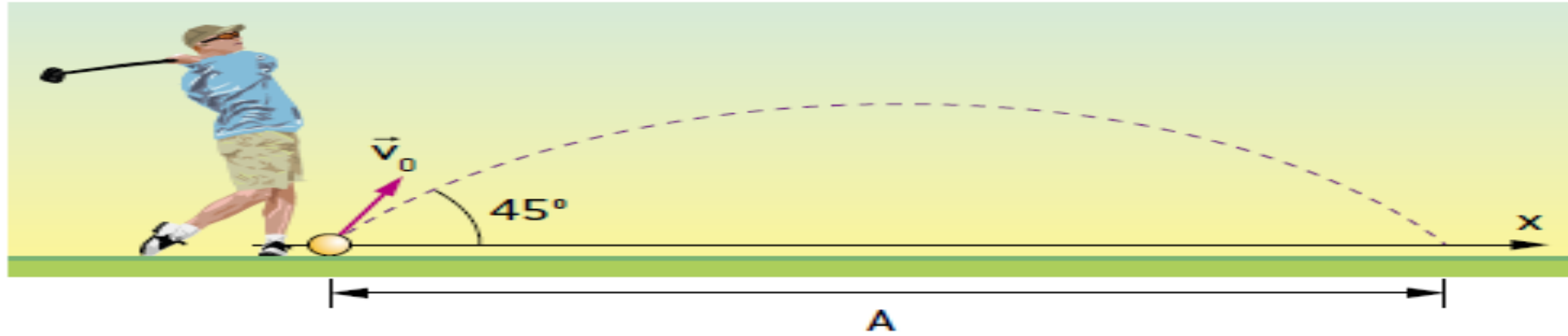
$$H_{M\acute{a}x} = \frac{A \cdot g \cdot \left(\frac{1}{4}\right)}{2g}$$

$$H_{M\acute{a}x} = \frac{A}{4}$$

$$A_{m\acute{a}x} = 4 \cdot H_{m\acute{a}x}$$

346.

Um jogador de golfe desfere uma tacada, imprimindo à bola uma velocidade inicial de 20 m/s a $\theta = 45^\circ$ em relação à horizontal, conforme figura. Desprezando-se a resistência do ar e considerando que $g = 10 \text{ m/s}^2$, o alcance A da bola é

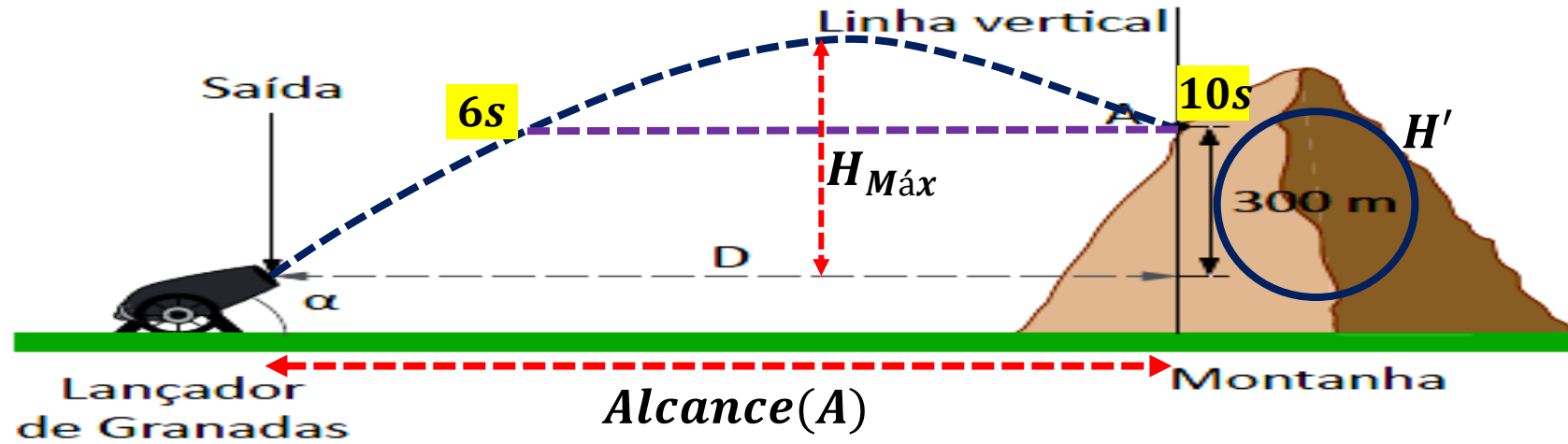


- a. 20 m
- b. 40 m
- c. 80 m

- d. 100 m
- e. 120 m

AMAN

Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância D da linha vertical que passa por um ponto A . Este ponto está localizado em uma montanha a de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho abaixo.

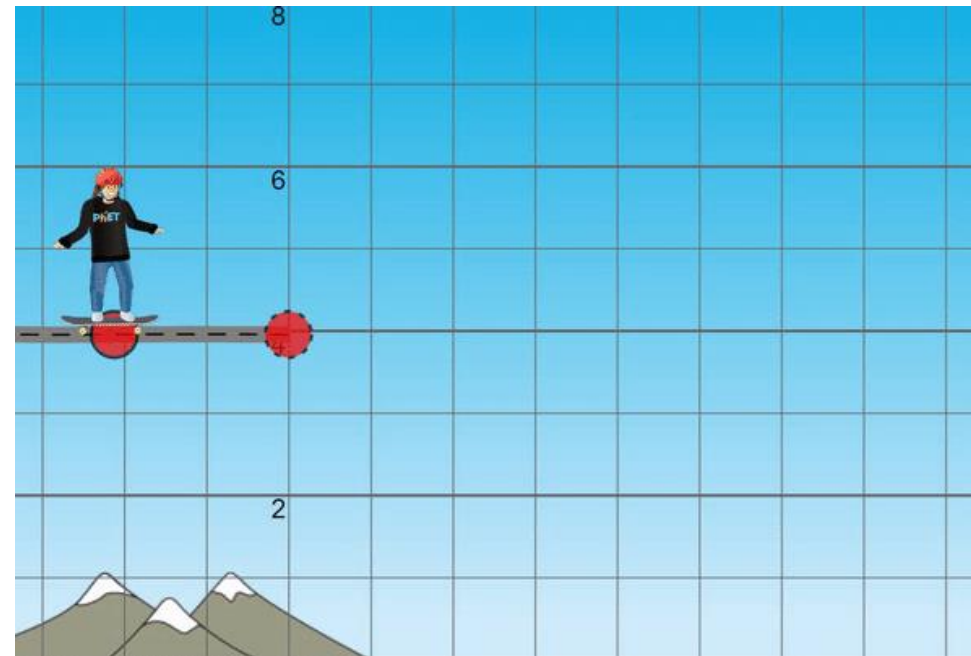
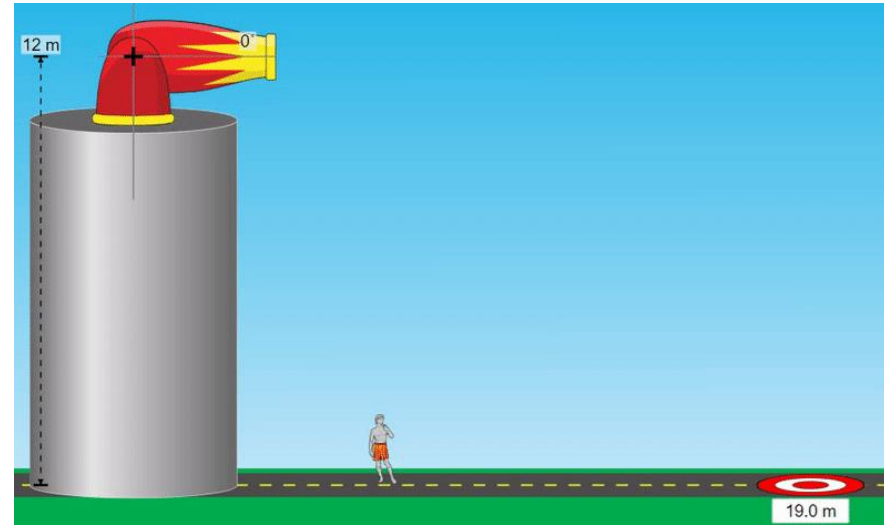
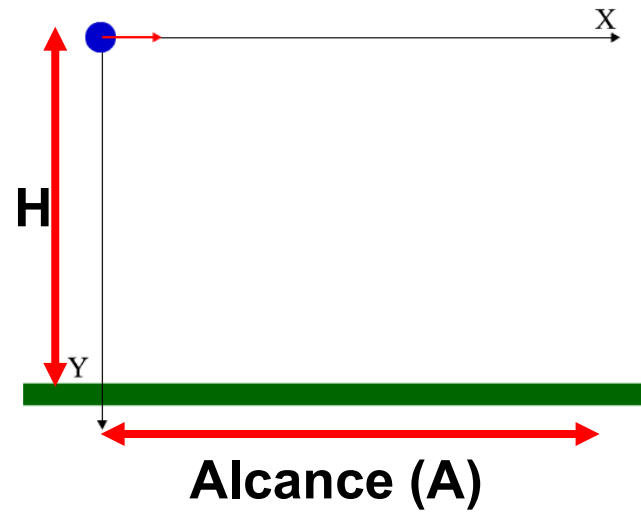


A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de 100 m/s e forma um ângulo " α " com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o ponto A , somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível de ser atingido por ela, a distância D deve ser de:

Dados: $\cos \alpha = 0,6$; $\sin \alpha = 0,8$

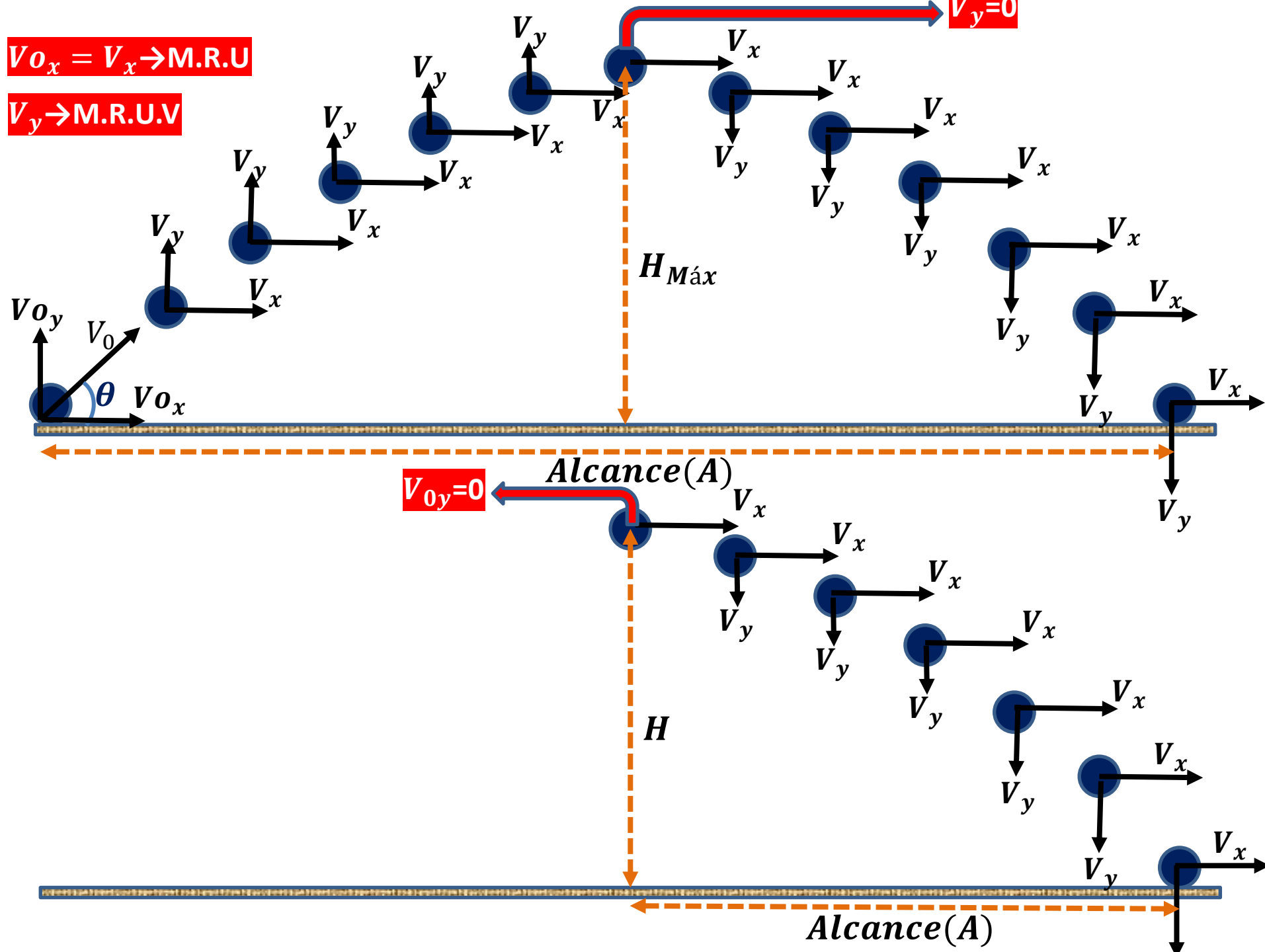
- A) 240 m
- B) 360 m
- C) 480 m
- D) 600 m
- E) 960 m

Lançamento horizontal

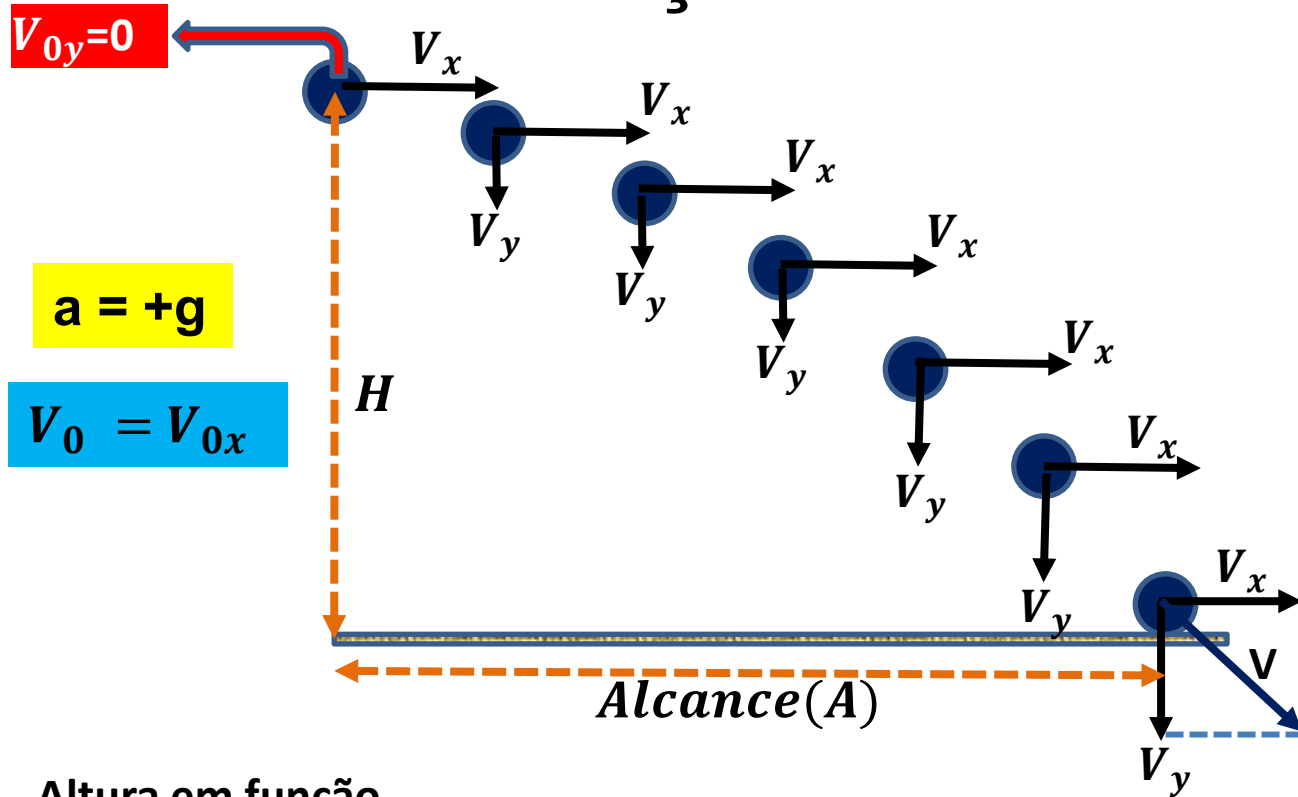


$V_{0x} = V_x \rightarrow \text{M.R.U}$

$V_y \rightarrow \text{M.R.U.V}$



Lançamento horizontal



$a = +g$

$V_0 = V_{0x}$

Altura em função da queda:

~~$H = V_{0y} \cdot t + \frac{gt^2}{2}$~~

$H = \frac{gt^2}{2}$

Alcance:

$\Delta S = V \cdot \Delta t$

$A = V_{0x} \cdot t_{Total}$

$A = V_0 \cdot t$

Velocidade de colisão com o solo (V):

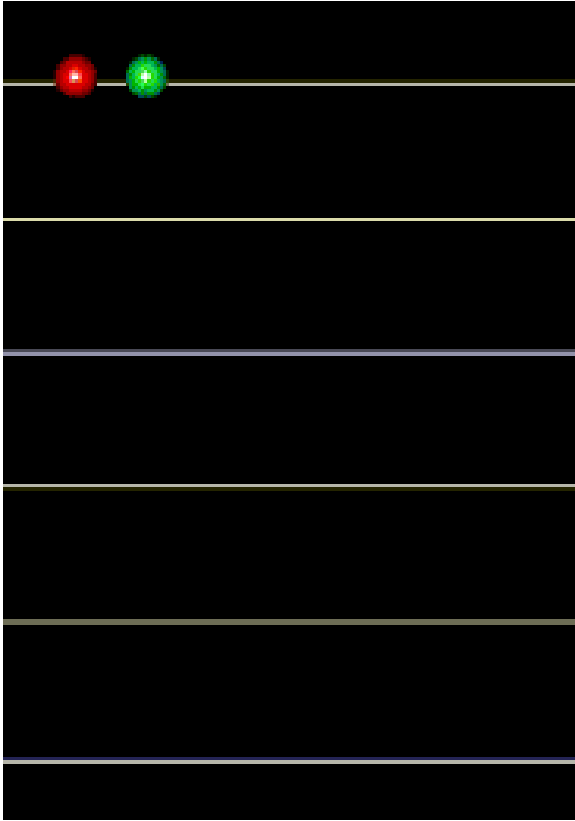
$V^2 = V_x^2 + V_y^2$

$V_0 = V_{0x} = V_x$

~~$V_y = V_{0y} + g \cdot t$~~

$V_y = g \cdot t$

Importante!!!

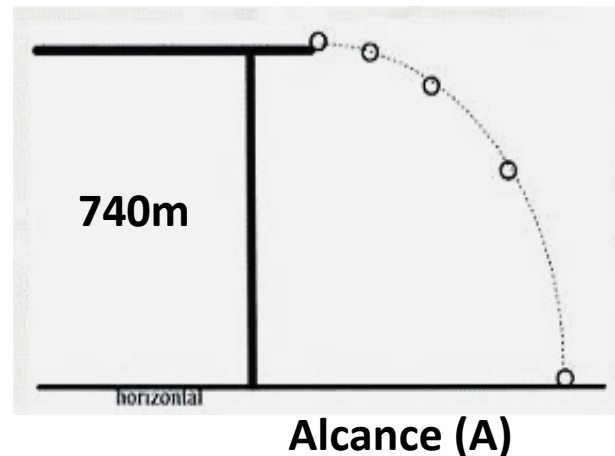


$$H = \frac{gt^2}{2}$$

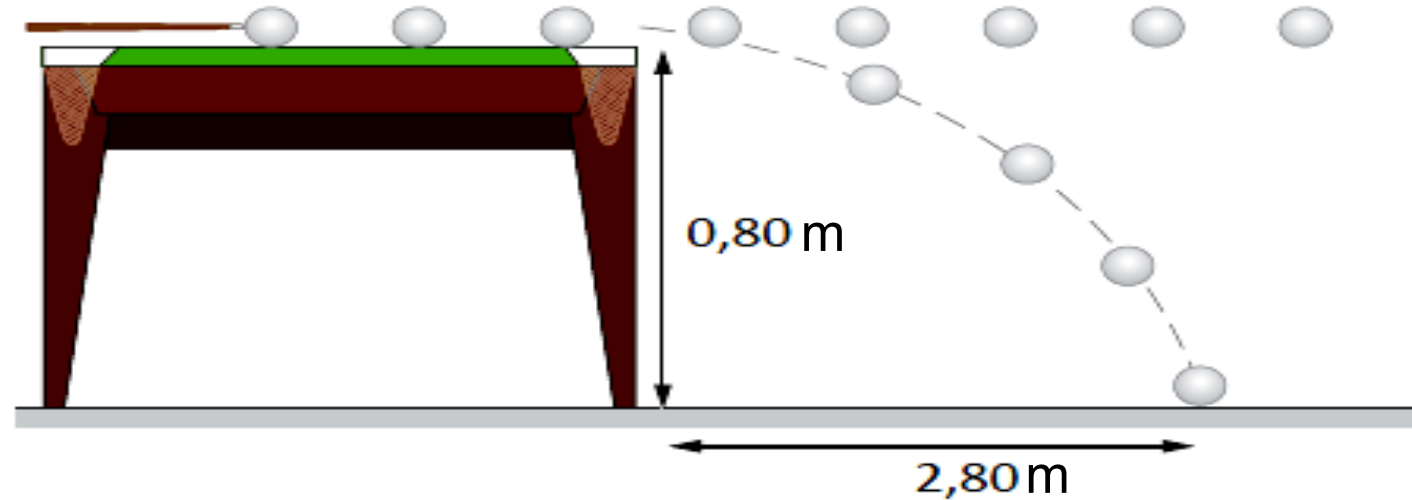
No vácuo, o tempo de queda do lançamento horizontal é exatamente igual ao tempo de um corpo em queda livre quando partem da mesma altura (H).

APLICAÇÃO : (PUC-CAMPINAS) Do alto de uma montanha em Marte, na altura de 740 m em relação ao solo horizontal, é atirada horizontalmente uma pequena esfera de aço com velocidade de 30 m/s. Na superfície deste planeta a aceleração gravitacional é de $3,7 \text{ m/s}^2$. A partir da vertical do ponto de lançamento, a esfera toca o solo numa distância de, em metros:

- A) 100
- B) 200
- C) 300
- D) 450
- 600



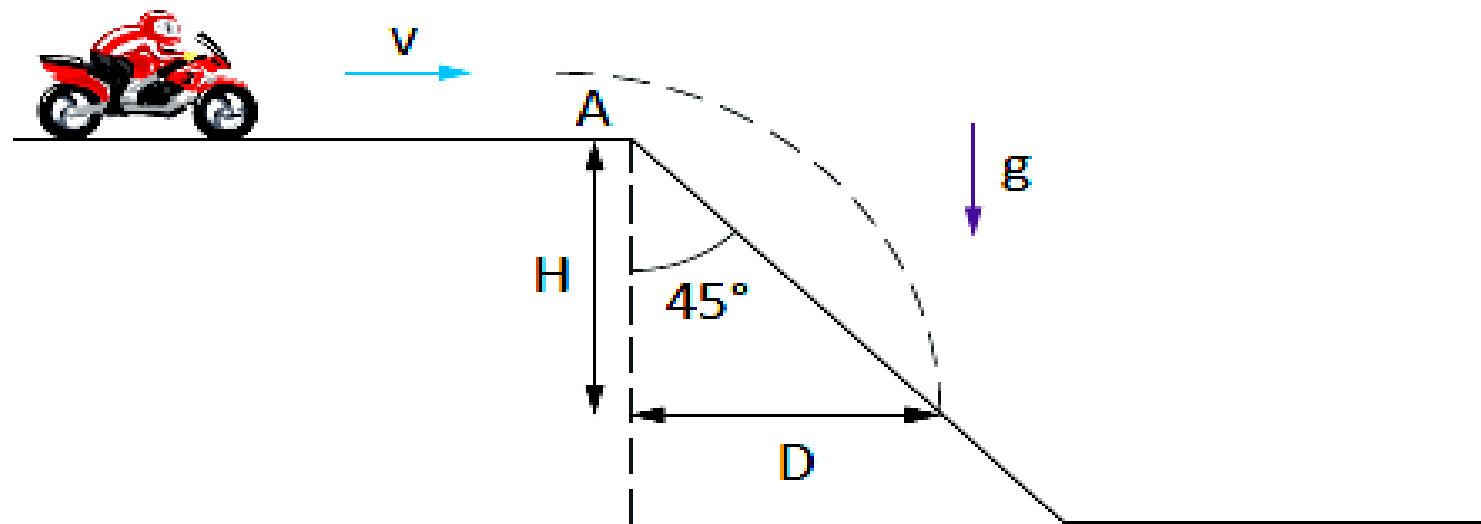
APLICAÇÃO – PUC SP Em um experimento escolar, um aluno deseja saber o valor da velocidade com que uma esfera é lançada horizontalmente, a partir de uma mesa. Para isso, mediu a altura da mesa e o alcance horizontal atingido pela esfera, encontrando os valores mostrados na figura.



A partir dessas informações e desprezando as influências do ar, o aluno concluiu corretamente que a velocidade de lançamento da esfera, em m/s , era de:

- A) 3,1
- B) 3,5
- C) 5,0
- D) 7,0
- E) 9,0

Aplicações: FUVEST - SP Um motociclista de MotoCross move-se com velocidade $v=10\text{m/s}$, sobre uma superfície plana, até atingir uma rampa (em A), inclinada de 45° com a horizontal, como indicado na figura.



A trajetória do motociclista deverá atingir novamente a rampa a uma distância horizontal D ($D=H$), do ponto A, aproximadamente igual a:

20 m

B) 15 m

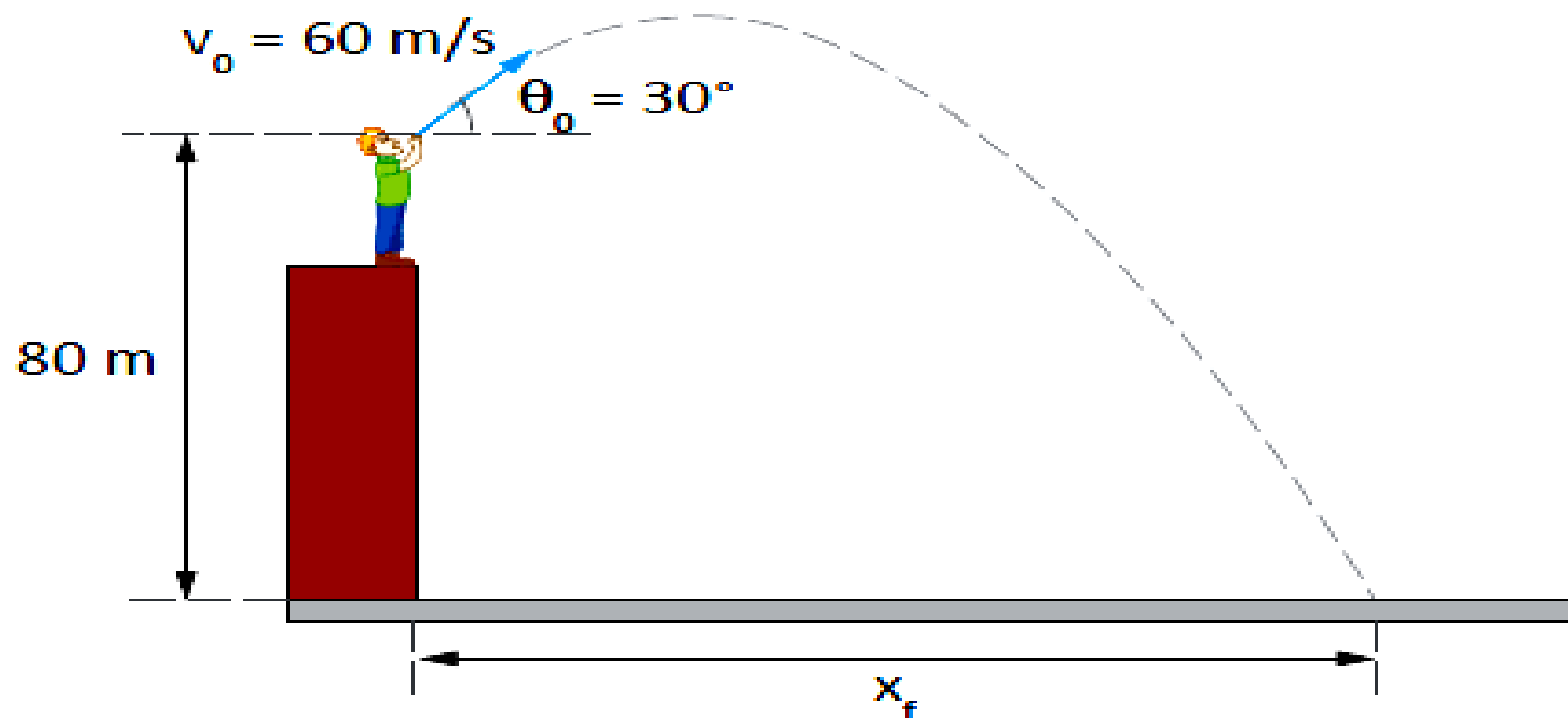
C) 10 m

D) 7,5 m

E) 5 m

Aplicações: UFOP- MG

Uma pessoa lança uma pedra do alto de um edifício com velocidade inicial de 60 m/s e formando um ângulo de 30° com a horizontal, como mostrado na figura abaixo. Se a altura do edifício é 80 m, qual será o alcance máximo (x_f) da pedra, isto é, em que posição horizontal ela atingirá o solo? (dados: $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 30^\circ = 0,8$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$).



A) 153 m

B) 96 m

C) 450 m

384 m

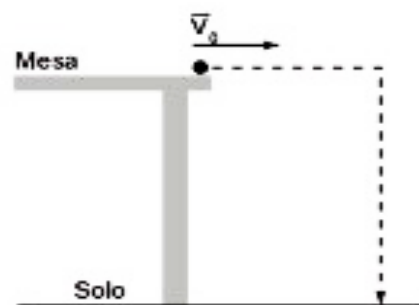
E) 421 m

14. (Enem)

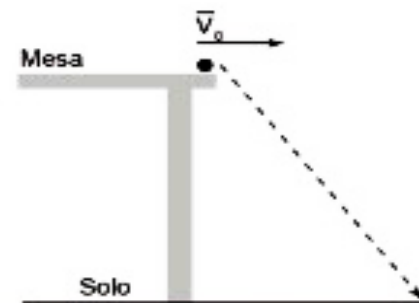
Nos desenhos animados, com frequência se vê um personagem correndo na direção de um abismo, mas, ao invés de cair, ele continua andando no vazio e só quando percebe que não há nada sob seus pés é que ele para de andar e cai verticalmente. No entanto, para observar uma trajetória de queda num experimento real, pode-se lançar uma bolinha, com velocidade constante (V_0), sobre a superfície de uma mesa e verificar o seu movimento de queda até o chão.

Qual figura melhor representa a trajetória de queda da bolinha?

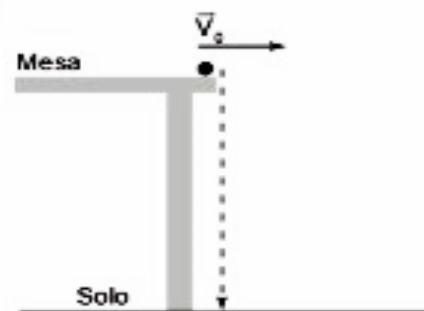
(a)



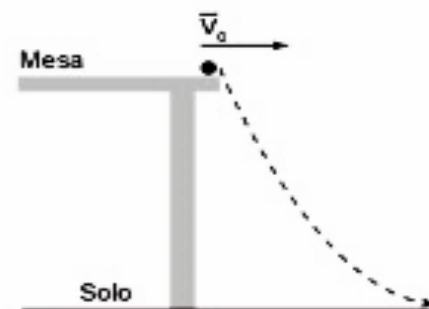
(b)



(c)

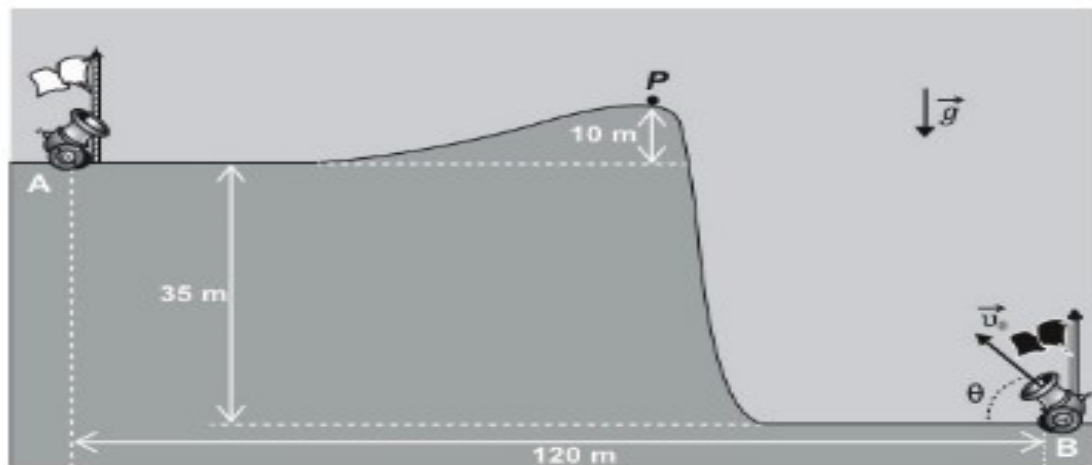


(e)



4. (Enem)

A figura foi extraída de um antigo jogo para computadores, chamado *Bang! Bang!*



No jogo, dois competidores controlam os canhões A e B, disparando balas alternadamente com o objetivo de atingir o canhão do adversário; para isso, atribuem valores estimados para o módulo da velocidade inicial de disparo ($|\vec{v}_0|$) e para o ângulo de disparo (θ).

Em determinado momento de uma partida, o competidor B deve disparar; ele sabe que a bala disparada anteriormente, $\theta = 53^\circ$, passou tangenciando o ponto P.

No jogo, $|\vec{g}|$ é igual a 10 m/s^2 . Considere $\sin 53^\circ = 0,8$, $\cos 53^\circ = 0,6$ e desprezível a ação de forças dissipativas.

Com base nas distâncias dadas e mantendo o último ângulo de disparo, qual deveria ser, aproximadamente, o menor valor de $|\vec{v}_0|$ que permitiria ao disparo efetuado pelo canhão B atingir o canhão A?

- (a) 30 m/s.
- (b) 35 m/s.
- (c) 40 m/s.
- (d) 45 m/s.
- (e) 50 m/s.

Enem 2022

Em um dia de calor intenso, dois colegas estão a brincar com a água da mangueira. Um deles quer saber até que altura o jato de água alcança, a partir da saída de água, quando a mangueira está posicionada totalmente na direção vertical. O outro colega propõe então o seguinte experimento: eles posicionarem a saída de água da mangueira na direção horizontal, a 1 m de altura em relação ao chão, e então medirem a distância horizontal entre a mangueira e o local onde a água atinge o chão. A medida dessa distância foi de 3 m, e a partir disso eles calcularam o alcance vertical do jato de água. Considere a aceleração da gravidade de 10 m s^{-2} . O resultado que eles obtiveram foi de

- a) 1,50 m.
- b) 2,25 m.
- c) 4,00 m.
- d) 4,50 m.
- e) 5,00 m.